

Sólidos arquimedianos: um estudo sobre trincaduras e suas construções no Ensino Médio

Ana Regina da Rocha Mohr¹ | Silvio Luiz Martins Britto²

Resumo

A Geometria, desde os tempos mais antigos, é uma área do conhecimento matemático que propõe discussões sobre o modo como ela é trabalhada em sala de aula. Em especial, encontra-se a Geometria Espacial, a qual apresenta variadas situações práticas, porém os alunos ainda apresentam dificuldades para compreendê-la e relacioná-la ao objeto concreto que a representa. Pensando nesse contexto, o presente trabalho justifica-se e tem por objetivo construir sólidos arquimedianos, analisando suas relações com os sólidos platônicos e aplicabilidade no processo de ensino e aprendizagem da Geometria. O estudo foi aplicado com 10 alunos de 3º ano do Ensino Médio, no Instituto Federal – campus Osório, na cidade de Osório/RS. Foram realizados quatro encontros de estudos/oficinas. Logo a pesquisa contribuiu para alcançar o objetivo proposto pelo trabalho, visto que permitiu encontrar processos matemáticos para a construção dos sólidos arquimedianos bem como explicar suas etapas durante sua construção. Por meio das análises realizadas, percebeu-se que os alunos relacionaram os sólidos platônicos com os arquimedianos bem como abstraíram conceitos geométricos por meio de suas construções. Por isso, a partir da pesquisa, concluiu-se que os sólidos arquimedianos podem ser resgatados e utilizados como objeto facilitador do ensino e aprendizagem da Geometria.

Palavras-chave: Geometria. Sólidos arquimedianos. Construção do pensamento geométrico. Educação Matemática.

Abstract

The Geometry, from the earliest times, is an area of mathematical knowledge which proposes discussions on how it is worked in the classroom. In particular, it is the Spatial Geometry, which has many practical situations, but students still have difficulties to understand it and relate it to the the concrete object that represents it. Thinking in this context, the present work is justified and aims to build Archimedean solids, analyzing its relations with the Platonic solids and the applicability in the process of teaching and learning of geometry. The study was applied to 10 students of 3rd year of high school, at the Instituto Federal – Campus Osório, in the city of Osório/RS. Four studies/workshops meetings were held. Soon the research contributed to achieving the objective proposed by the work, as it allows to find mathematical processes for the construction of Archimedean solids and explains its steps during its construction. Through these analyzes, it was noticed that the students related the Platonic solids with the Archimedean and abstracted geometric concepts through its constructions. Therefore, from the research, it was concluded that the Archimedean solids can be recovered and used as a facilitator object of teaching and learning geometry.

¹ Acadêmica do curso de Matemática das Faculdades Integradas de Taquara - Faccat/RS. ar.mohr@hotmail.com.

² Professor orientador. Faculdades Integradas de Taquara - Faccat/RS. brittosilvio@uol.com.br.

Keywords: *Geometry. Archimedean solids. Construction of geometric thinking. Mathematics. Education.*

1 Introdução

A Geometria é uma área da Matemática de suma importância, pois está presente em diversas situações do dia a dia, sendo o estudo dos sólidos geométricos um dos aspectos relevantes a serem ensinados. Por meio da construção dos sólidos, o aluno poderá desenvolver o pensamento geométrico, o raciocínio visual e lógico. Essas habilidades ajudam o aluno a compreender e a descrever geometricamente, solucionando situações do seu cotidiano.

De fato, ao estabelecer relação com objetos que são de interesse dos educandos, a aprendizagem poderá se tornar mais significativa, pois “aprender é construir conhecimento, resultado das interações que o sujeito mantém com o meio” (BECKER, 2001, p. 69). A partir de construções, o aluno poderá identificar que a Geometria é um ramo interessante da Matemática, pois se tem a oportunidade de trabalhar não apenas o cálculo, mas a construção do objeto de estudo, identificando os cálculos que serão aplicados. Desse modo, os educandos poderão perceber que, na Matemática, tudo é construído progressivamente.

Segundo Machado (1989), na Matemática, em muitos momentos, as pessoas se deparam com situações, sendo levadas, intuitivamente, a certas conclusões. Ao examiná-las mais especificamente, percebe-se que o aluno aprende melhor de forma lúdica e prática ao invés apenas da teoria e dos repetitivos exercícios de fixação. Analisando a opinião do autor, nota-se que, no momento em que o aluno entende a teoria e consegue realizar sua construção a partir do material concreto, ele faz relações do conteúdo de sala de aula com sua real aplicabilidade.

Diante disso, pretende-se investigar sobre os sólidos arquimedianos, desde os seus primórdios até a realização de sua construção em sala de aula. Ao analisar esses conteúdos, acredita-se que são possíveis de serem utilizados na educação básica, pois os alunos terão a oportunidades de trabalhar desde a teoria até a aplicabilidade dos conceitos geométricos que envolvem sua estrutura. Pensando nesse contexto, o presente trabalho tem por objetivo construir sólidos arquimedianos analisando suas relações com os sólidos platônicos e aplicabilidade no processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Tem como questão norteadora: qual a relação entre os Sólidos Platônicos e os Arquimedianos? Além disso, objetiva-se, a partir da construção desses sólidos, analisar a influência na abstração dos conceitos geométricos existentes.

Buscando esse entendimento, o presente trabalho foi estruturado em cinco capítulos. O primeiro capítulo traz uma breve introdução sobre o estudo da Geometria, os objetivos propostos para o trabalho, bem como a sua estruturação. No segundo capítulo, apresentam-se estudos relevantes a serem utilizados como alternativas para trabalhar com a problemática do trabalho. No terceiro capítulo, mostra-se o tipo de pesquisa que foi aplicada, o público-alvo, bem como a forma de aplicação e os objetivos propostos para o trabalho. Já no quarto capítulo, apresenta-se o estudo didático realizado com os participantes, bem como as análises realizadas em cada

encontro de estudos. No último capítulo, apresentam-se algumas considerações finais sobre as construções realizadas. Nessa etapa, analisam-se os resultados obtidos, bem como a utilização do *software Poly*, respondendo à problemática da pesquisa.

2 Fundamentação teórica

A Geometria é uma área da Matemática que é facilmente encontrada na natureza, sendo utilizada de forma prática desde os primórdios da civilização. Em especial, cita-se a Geometria Espacial que pode ser relacionada a vários objetos do cotidiano, porém se observa que seu estudo ainda é pouco explorado em sala de aula como conteúdo escolar. Alguns fatores que causam esse fato podem estar relacionados à falta de material sobre o assunto, a um currículo engessado ou até mesmo à falta de domínio do assunto por parte de alguns educadores.

2.1 A educação e a aprendizagem significativa

Em educação, muito se fala em aprendizagem significativa, que um bom ensino deve ser construtivista, que é necessário promover a mudança conceitual e primar por uma aprendizagem com significado. Porém, ao analisar o ensino de Matemática, percebe-se que ainda não há uma mudança conceitual significativa nesse sentido. Contudo, percebem-se diferentes estratégias utilizadas que caminham em direção a ela. Nessa caminhada, é interessante que os professores tenham consciência de que o educando precisa receber e entender a informação que é construída por ele e não apenas absorver os conteúdos sem se apropriar da aprendizagem com significado.

Para Ausubel (1982 *apud* COLL *et al.* 2000, p. 232):

A aprendizagem será muito mais significativa na medida em que o novo material for incorporado às estruturas de conhecimento de um aluno e adquire significado para ele a partir da relação com seu conhecimento prévio. Ao contrário, será muito mais mecânica ou repetitiva, na medida em que se produzir menos essa incorporação e atribuição de significado, e o novo material será armazenado isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva.

Ausubel assinala que a aprendizagem significativa implica uma relação entre a estrutura cognitiva prévia, ou seja, enriquecer o conhecimento final que integra o anterior aprendido com o aprendizado recente. Quando o conteúdo a ser aprendido não está sendo ligado a algo já conhecido, ocorre o que Ausubel chama de aprendizagem mecânica. Assim, o educando decora fórmulas, leis, mas as esquece logo após a avaliação.

Diante disso, a educação tem como missão não somente a ordenação do sistema educativo, mas também a oferta de conteúdos e metodologias de aprendizagem. Uma maneira adequada de ampliar e/ou modificar as estruturas do aluno consiste em provocar discordâncias ou conflitos cognitivos que representam desequilíbrios a partir dos quais, mediante atividades, o aluno consiga reequilibrar-se, superando a

discordância e reconstruindo o conhecimento (PIAGET, 1997). Para isso, é necessário que as aprendizagens não sejam excessivamente simples, o que provocaria frustração ou rejeição. Portanto, o que deve ser sugerido é a participação ativa do sujeito, com atividades autoestruturantes. Isso supõe a participação pessoal dos alunos na aquisição de conhecimentos, de maneira que eles não sejam uma repetição ou cópia dos formulados pelo professor ou pelo livro-texto, mas uma reelaboração pessoal do conhecimento.

2.2 Desenvolvimento do pensamento geométrico segundo Van Hiele

Analisando o espaço, percebe-se que o homem está cercado de objetos que guardam relação com formas geométricas, objetos feitos com retas, curvas ou pela composição de ambas. Mas será que os alunos estão preparados para identificar essas formas?

Conforme Crowley (1994), muitos alunos sabem reconhecer um quadrado, mas não sabem defini-lo, reclamando de ter que provar algo que já “sabem”, refletindo, assim, o nível de maturidade geométrica em que os alunos se encontram. Analisando a ideia do autor, observa-se que os professores precisam estar preparados para lidar com essas situações, ajudando os educandos a desenvolver o pensamento geométrico que ainda não está maduro e somente depois desenvolver atividades que envolvam esses conhecimentos geométricos.

Para auxiliar nesse amadurecimento, tanto da formação quanto da avaliação dos alunos, Crowley (1994) destaca o modelo de Van Hiele de pensamento geométrico, o qual consiste em cinco níveis de compreensão, que são: “visualização”, “análise”, “dedução informal”, “dedução formal” e “rigor”. A ideia principal do modelo de Van Hiele é que os alunos progridam seguindo uma sequência dos níveis de compreensão sobre conceitos enquanto aprendem Geometria. Para Rodrigues (2007, p. 2),

[...] o Modelo concebe diversos níveis de aprendizagem geométrica com as seguintes características: no nível inicial (visualização), as figuras são avaliadas apenas pela sua aparência, a ele pertencem os alunos que só conseguem reconhecer ou reproduzir figuras (através das formas e não pelas propriedades); no nível seguinte (análise) os alunos conseguem perceber características das figuras e descrever algumas propriedades delas; no outro nível (dedução informal), as propriedades das figuras são ordenadas logicamente (dedução formal) e a construção das definições se baseia na percepção do necessário e do suficiente. As demonstrações podem ser acompanhadas, memorizadas, mas dificilmente elaboradas. Até o nível mais elevado (rigor). E este último é alcançado por poucos alunos, pois diz respeito aos aspectos abstratos formais da dedução.

Para o autor, é preciso respeitar o nível em que o aluno está, pois não haverá compreensão quando o estudo é dado em um nível mais elevado do que o atingido pelo aluno.

O Modelo de Van Hiele pode ser caracterizado em fases de aprendizagem, pontuando que Rodrigues (2007) as descreve como:

Fase 1: Informação - O professor e aluno dialogam sobre o material de estudo, e o professor deve perceber os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ser estudado. Fase 2: Orientação Dirigida - Os alunos exploram o assunto de estudo por meio do material selecionado pelo professor, observando-se que as atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas. Fase 3: Explicação - O papel do professor é o de observador. Fase 4: Orientação Livre - Tarefas constituídas de várias etapas, possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiências e autonomia. Fase 5: Integração - O professor auxilia no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas e discordantes ideias.

Portanto, o processo, ao longo dos níveis, depende mais dos métodos, da organização, dos conteúdos e das formas diferentes de ensinamento do que da idade ou da maturidade do aluno.

2.3 A construção do conhecimento através do estudo da Geometria

A Geometria, quando explorada, pode tornar-se um recurso rico em oportunidades. Os educandos têm a possibilidade de realizar construções, representações e discussões, sendo, assim, conduzidos a investigar, descobrir, descrever, identificando propriedades (FREITAS, 2011). Para o autor, isso significa levar aos alunos atividades que facilitem a construção e a visualização de figuras tornando a aula mais significativa.

Para Piaget (1988, p. 16), “todo educador deve conhecer não apenas as matérias a ensinar, mas, igualmente os mecanismos subjacentes às operações de inteligência e, por isso mesmo, as diferentes noções a ensinar”.

Abaixo, indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 75):

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da sua capacidade de desenvolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar as diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter oportunidade especial, com a certeza, não a única, de apreciar a faceta da matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas.

Diante disso, Freitas (2011) afirma ser necessário que os alunos consigam expressar seu conhecimento a partir do contato com as figuras geométricas e que saibam construí-las, destacando a importância e a necessidade de compreender a Geometria.

Os conteúdos de Geometria devem estar relacionados com o cotidiano e com a realidade dos alunos, e o professor deve fazer as pontes entre o fazer e o compreender, pois “o conhecimento não nasce com o indivíduo nem é dado pelo meio social” (BECKER, 2001, p. 71). O autor afirma que o conhecimento não é recebido e, sim, construído pelo sujeito por meio da interação com o seu meio, tanto físico como social. Segundo Becker,

[...] construtivismo significa a ideia de que nada está pronto e acabado, e de que, especificamente, o conhecimento não é dado, em nenhuma instância, como algo terminado, é sempre um leque de possibilidades que podem ou não ser realizadas (BECKER, 2001, p. 72).

Portanto, construtivismo é uma teoria que permite interpretar o mundo em que se vive, reunindo várias tendências do pensamento educacional, transformando a educação em um processo de construção do conhecimento.

2.4 Os sólidos de Platão

Para se compreender melhor os sólidos arquimedianos, será necessário conhecer os sólidos platônicos, pois os sólidos arquimedianos surgiram de operações ou extensões em sólidos platônicos (ALMEIDA, 2010). Diante disso, observa-se que a autora faz referência aos sólidos platônicos, pois, ao analisar os sólidos arquimedianos, percebe-se que alguns deles são obtidos por troncaduras³ em vértices de sólidos platônicos e dois por snubificação⁴ de suas faces.

Segundo Boyer (1999), Platão pôs suas ideias sobre os sólidos regulares pela primeira vez em um diário intitulado de *Timaeus*⁵, presumivelmente nome de um pitagórico, que serve como principal interlocutor. Nesse diário, os poliedros regulares foram chamados de “corpos cósmicos” ou “sólidos platônicos” devido à explicação sobre os fenômenos científicos.

Para Dolce e Pompeo (1993), um poliedro é chamado poliedro de Platão se, e somente se, satisfizer as seguintes condições: todas as faces têm o mesmo número (n) de arestas; todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número (m) de arestas; e a relação de Euler ($V - A + F = 2$) precisa valer. Lopes (2012, p. 6) afirma ainda que os sólidos platônicos são poliedros nos quais todas as faces são polígonos regulares geometricamente iguais e em que cada vértice se encontra o mesmo número de arestas. Os sólidos platônicos são apenas cinco: o tetraedro, o cubo, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.

Portanto, ao se definirem os poliedros de Platão, comprova-se, conforme os autores demonstraram por meio das condições anteriormente relatadas, a existência de cinco, e somente cinco, classes de poliedros de Platão.

2.5 Os sólidos arquimedianos

³ Segundo Ferreira (1999), “trun.car” significa: 1 - cortar ou separar do tronco. 2 - Cortar uma parte qualquer de um corpo. 3 - [Geometria] Cortar por um plano secante. E “trun-ca-do” significa: 1 - Que se truncoou. 2 - Mutilado; incompleto. 3 - [Geometria] De que se separou o vértice, por um plano secante.

⁴ Snubificação são operações efetuadas sobre um poliedro que permite obter outro Poliedro. A operação consiste em afastar todas as faces do poliedro, rodar as mesmas um certo ângulo (normalmente 45º) e preencher os espaços vazios resultantes com Polígonos (ALMEIDA, 2010).

⁵ *Timaeus* é um dos diálogos de Platão, principalmente na forma de um longo monólogo do personagem-título, escrito por volta de 360 a.C. O trabalho apresenta a especulação sobre a natureza do mundo físico e os seres humanos (BOYER, 1999).

Alguns temas em Geometria ficam adormecidos durante anos ou séculos, para depois tornarem a despertar o interesse de alguns estudiosos, que retomam a sua exploração e descobrem novos caminhos de estudo (ALMEIDA, 2010, p. 83). Analisando a ideia da autora, verifica-se que um desses temas é o estudo dos sólidos arquimedianos (287 a.C. - 212 a.C.), que ainda permanece adormecido, mas, aos poucos, os estudiosos estão resgatando as aplicabilidades desses sólidos.

De acordo com Eves (2004), muitos trabalhos originais de Arquimedes estão perdidos. Além disso, seus trabalhos são conhecidos por escritas de comentadores, como Pappus de Alexandria (290 - 350 a.C.), que foi um importante comentador do quarto século, fornecendo informações sobre os sólidos arquimedianos.

Segundo Almeida (2010, p. 84), “Pappus organizou informações sobre os sólidos arquimediano, de acordo com o número total de faces de cada poliedro arquimediano [...], no estudo de Pappus não há nenhuma nomeação para os Sólidos Arquimedianos”.

Diante disso, a autora, de maneira sistemática, destaca que Kepler determinou os treze Sólidos Arquimedianos como: Cubo achatado, Cuboctaedro, Rombicuboctaedro, Dodecaedro achatado, Icosidodecaedro, Tetraedro truncado, Cubo truncado, Dodecaedro truncado, Octaedro truncado, Icosaedro truncado, Rombicosidodecaedro, Cuboctaedro truncado e Icosidodecaedro truncado. Os nomes que Kepler atribuiu não refletem o método de construí-lo, pois sua construção se dá ao modo de trincaduras nos vértices de sólidos platônicos.

Almeida (2010, p. 84) comenta:

É dessa maneira que o primeiro estudo matemático sobre os sólidos arquimedianos, pós-Arquimedes, é realizado. Tudo indica que esse estudo matemático só foi retomado no século XV com Kepler, talvez o primeiro a sistematizá-lo. Entretanto, no período do renascimento, diversos artistas e matemáticos se interessaram pelo assunto e representação desses sólidos. Esses artistas para variar seus desenhos cortavam cantos e arestas de sólidos platônicos, o que naturalmente produziam alguns sólidos arquimedianos.

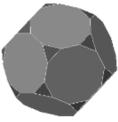
De acordo com a ideia da autora, tem-se a oportunidade de observar que o estudo dos sólidos arquimedianos ficou adormecido por muitos séculos, sendo retomado pelos artistas do Renascimento.

2.5.1 Os sólidos arquimedianos e suas trincaduras

O presente trabalho está fundamentado de acordo com Piero della Francesca e sua sistematização sobre operações de truncamento e tipos de truncamentos efetuados em sólidos platônicos para a obtenção de sólidos arquimedianos. Segundo Almeida (2010), existem apenas treze sólidos arquimedianos, e todos são obtidos por operações sobre os sólidos platônicos.

O Quadro 1 ilustra onze dos treze sólidos arquimedianos, incluindo os nomes, que podem ser obtidos por meio de uma sucessão de cortes, chamados de trincaduras.

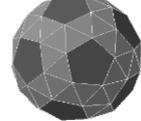
Quadro 1 - Sólidos arquimedianos obtidos por trincaduras em sólidos platônicos

			
Tetraedro truncado	Cubo truncado	Cuboctaedro	Octaedro truncado
			
Dodecaedro truncado	Icosaedro truncado	Icosidodecaedro	Icosidodecaedro Truncado
			
Rombicuboctaedro	Rombicosidodecaedro	Cuboctaedro truncado	

Fonte: Imagens do *software Poly (2014)*.

Os demais, cubo achatado e dodecaedro achatado, são obtidos por snubificação de sólidos platônicos, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 - Sólidos obtidos por meio de snubificação

	
Cubo snub	Dodecaedro snub

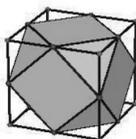
Fonte: Imagens do *software Poly (2014)*.

Portanto, os sólidos arquimedianos são poliedros convexos cujas faces são polígonos regulares de mais de um tipo. Todos os seus vértices são congruentes, isto é, existe o mesmo arranjo de polígonos em torno de cada vértice. Além disso, todo vértice pode ser transformado em outro vértice por uma simetria (BATISTA; BARCELOS; AFONSO, 2006). A característica-chave dos sólidos arquimedianos é que cada face é um polígono regular e, em volta de cada vértice, os mesmos polígonos aparecem na mesma sequência.

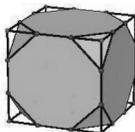
De acordo com Almeida (2010), os sete primeiros arquimedianos, ilustrados no Quadro 1 e conhecidos como tetraedro truncado, cubo truncado, cuboctaedro, octaedro truncado, dodecaedro truncado, icosaedro truncado e icosidodecaedro, são obtidos por meio de apenas uma operação de truncamento nas arestas de um sólido platônico. Os quatro últimos, conhecidos como cuboctaedro truncado, rombi-cuboctaedro, icosidodecaedro truncado e rombicosidodecaedro, são obtidos a partir de truncaduras nas arestas de dois sólidos, sendo o primeiro um sólido platônico. Após a primeira operação de truncamento, surge um sólido intermediário que segue uma sequência de truncamento até chegar ao sólido arquimediano. Dessa forma, a autora afirma ainda que, para a obtenção de arquimedianos a partir de truncaduras em platônicos, são denominadas truncaduras diretas aquelas que envolvem apenas um sólido, sendo esse platônico. Além disso, truncaduras modificadas, as truncaduras diretas em sólidos platônicos, seguidas de transformações convenientes.

Os sete arquimedianos⁶ obtidos por truncaduras diretas conservam uma relação com os poliedros platônicos que se tornam mais evidentes a partir da operação de truncamento. Para a obtenção desses sete arquimedianos, consideram-se dois tipos de truncamento, conforme Almeida (2010, p. 127):

Truncamento tipo 1: nesse tipo de truncamento, o corte se realiza por planos que passam pelos pontos médios das arestas do poliedro platônico de partida que concorrem em um vértice. A Figura ilustra o arquimediano cuboctaedro obtido a partir de truncaduras nas arestas do cubo.



Truncamento tipo 2: nesse tipo de truncamento, o corte nas arestas do platônico de partida se realiza por planos a uma distância adequada de cada vértice, para que por cada face do poliedro de partida resulte em um polígono regular. A Figura ilustra o arquimediano cubo truncado obtido a partir de truncaduras nas arestas do cubo.



Portanto, de acordo com a autora, ambos os tipos de truncamento conduzem à eliminação de cantos do poliedro de partida, que podem ser preenchidos com po-

⁶ Cuboctaedro, icosidodecaedro, tetraedro truncado, octaedro truncado, icosaedro truncado, cubo truncado e dodecaedro truncado.

lígono. Para a obtenção dos sólidos que não partem de trincaduras diretas, mas de trincaduras modificadas, assim chamadas por Almeida (2010), Weimer (1985) afirma que não são trincaduras tão fáceis como parecem ser à primeira vista, precisando de cálculos mais complexos.

Weimer (1985) comenta ainda que um estudo sobre esses sólidos, sendo eles semirregulares derivados do Dodecaedro e Icosaedro regular, foram publicados em Weimer (1975). Esse estudo será realizado pela pesquisadora em trabalhos futuros.

2.5.2 Descrevendo alguns dos treze sólidos arquimedianos

Neste item, abordam-se algumas características dos três sólidos arquimedianos que serão utilizados na pesquisa, a partir das derivações realizadas por Weimer (1975). Segundo o autor (1985, p. 25),

[...] o tetraedro truncado é delimitado por quatro faces hexagonais e quatro triangulares. Tem dezoito arestas e doze ângulos sólidos. Pode ser obtido por truncamento de um tetraedro regular seccionando-se cada aresta a um terço de sua dimensão, em cada extremidade.

O tetraedro truncado é um sólido arquimediano formado por oito faces regulares, sendo elas hexágonos e triângulos.

Para Field (1997 *apud* ALMEIDA, 2010), o rombicoidodecaedro foi redescoberto ao trincar as arestas do icosidodecaedro em seus pontos médios. Lopes (2012, p. 19) complementa que

[...] o rombicoidodecaedro é um sólido de Arquimedes que também pode ser obtido por expansão do octaedro e tem sessenta e duas faces (vinte triangulares regulares, trinta quadradas e doze pentagonais regulares), sessenta vértices e cento e vinte arestas.

Para Lopes (2012, p. 18), “o icosaedro truncado é um sólido arquimediano obtido por truncatura sobre os vértices do icosaedro e tem trinta e duas faces (doze pentagonais regulares e vinte hexagonais regulares), sessenta vértices e noventa arestas”.

2.6 Utilizando a tecnologia por meio do *software Poly*

No dia a dia, observa-se que os alunos usam cada vez mais as tecnologias existentes. Portanto, surge a possibilidade de utilizá-las em salas de aula em prol deles mesmos.

Entretanto, fazer bom uso dessas tecnologias em sala de aula depende da sua utilização de forma adequada e com clareza nos objetivos propostos, fatores que precisam ser considerados na escolha do *software* a ser aproveitado em sala de aula.

Diante disso, Valente afirma:

Um 'software' só pode ser tido como bom ou ruim dependendo do contexto e o modo como ele será utilizado. Portanto, para ser capaz de qualificar um 'software' é necessário ter muito clara a abordagem educacional a partir da qual ele será utilizado e qual o papel do computador neste contexto. E isso implica ser capaz de refletir sobre a aprendizagem a partir de dois polos: a promoção do ensino e a construção do conhecimento do aluno (VALENTE, 1997, p. 19).

Analisando as ideias do autor, acredita-se que, a partir da utilização de um *software* de forma adequada, a busca de resultados positivos pode ser uma alternativa favorável.

Sendo o *software Poly*⁷ um recurso para visualização e construção dos sólidos arquimedianos, permite visualizar poliedros convexos, além de planificá-los, rotacioná-los, trocando as cores de suas faces além da facilidade de copiar e colar figuras em um editor de texto.

Para os autores Nasser e Tinoco (2006, p. 8), a Geometria deve ser ensinada com uma postura dinâmica: “na era da imagem e do conhecimento, a Geometria não pode continuar a ser ensinada de forma estática, seguindo o estilo introduzido por Euclides”. Por isso, para esses autores, o aluno deve manipular os objetos geométricos, principalmente para variar as posições em suas apresentações formando desta forma outros conceitos sobre a imagem.

Além disso, os autores também se referem ao uso do computador como ferramenta para o ensino de Geometria, evidenciando-o como ponto positivo. Porém, considera-se que as atividades de manipulação de objetos geométricos devem ser mantidas, pois o computador servirá como apoio para esse ensino.

Portanto, uma alternativa é o *software Poly Pro*, que, segundo Barbosa (2011), com ele é possível explorar e construir poliedros, ver suas classificações e realizar operações, tais como planificar, girar, salvar a imagem no formato *gif* animado ou imprimir o desenho tanto em 3D, quanto planificado.

É um programa de Geometria dinâmica de fácil manipulação, sendo sua interface apresentada em duas janelas. Uma traz o poliedro e a outra, um quadro de comando para escolher o poliedro a ser apresentado. Nessa mesma janela, também é possível atuar sobre o objeto, colocando-o em movimento (BARBOSA, 2011).

⁷ *Poly* é um programa *shareware* desenvolvido em junho de 2003, sendo de responsabilidade da empresa Pedagoguery Software Inc. que disponibiliza gratuitamente no seu endereço digital uma versão avaliativa completa. Com o *software* podemos explorar e construir poliedros (BARBOSA, 2011).

Figura 1 - Interface inicial do Poly Pro 1.12



Fonte: Imagem do software Poly (2014).

De acordo com Nery (2007), o programa é ideal para o ensino e aprendizagem da Geometria Espacial, pois facilita a visualização e a construção das figuras em 3D. Com ele, o usuário também pode exportar a imagem em várias extensões.

O *Poly Pro* auxilia no aprendizado de forma bem inovadora, permitindo que os alunos sejam os construtores do seu próprio conhecimento. Nesse caso, o professor passa a ser o orientador desse conhecimento (BARBOSA, 2011). Portanto, os alunos terão a segurança de que a Matemática é aprendida por meio de um processo gradual e que os conhecimentos prévios constituem base para novos conhecimentos.

3 Metodologia

O projeto de pesquisa aqui apresentado trata-se de um estudo de caso que foi fundamentado em uma pesquisa de caráter quali-quantitativa, a qual teve por objetivo a compreensão e a construção de sólidos arquimedianos. Isso aconteceu a partir de encontros de estudos/oficina realizados com 10 alunos de 3º ano do Ensino Médio, no Instituto Federal (IFRS), campus Osório, no município de Osório/RS.

Diante disso, foram realizadas entrevistas do tipo semiestruturadas, baseadas em questões norteadoras, utilizando-se como forma de registro imagens e dois tipos de instrumentos de pesquisa. O primeiro foi referente à forma como o professor trabalha o conteúdo de Geometria em sala de aula e o nível de conhecimento geométrico em que os alunos participantes da pesquisa se encontram. O segundo, realizado ao final de cada oficina, teve como objetivo coletar os dados referentes à metodologia utilizada na construção dos sólidos arquimedianos, bem como a validade da proposta para aquela oficina.

Deu-se início à coleta de dados após a aceitação dos alunos em participar da pesquisa. Para tanto, foi entregue para cada um dos educandos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), ficando especificado que sua participação não ocasionaria prejuízos ou riscos, garantindo, também, a privacidade de identidade e informações. No primeiro encontro, após a entrega dos TCLEs assinados, todos os envolvidos estavam aptos a participar da pesquisa.

As oficinas foram divididas em etapas. Na primeira, foi realizada uma revisão sobre conteúdos que serão abordados na pesquisa. Em cada segmento posterior, foi realizada a construção de um determinado sólido arquimediano. Um dos sólidos construídos foi o Tetraedro Truncado através truncaduras nos vértices de um Tetraedro. O Rombicosidodecaedro foi construído utilizando a ideia de bico poliédrico e o Icosaedro Truncado com pirâmides.

Essas etapas foram baseadas em uma apostila elaborada pela pesquisadora a fim de nortear os procedimentos e entendimentos da aula ministrada. Assim, cada aluno recebeu o seu material de estudo, bem como construiu seu próprio sólido, podendo ficar com esse material para si. Devido ao tempo, foram construídos apenas dois Icosaedros Truncados para a turma toda. Após a construção e análises realizadas, eles foram sorteados para que os alunos participantes da pesquisa pudessem levá-los para casa. Todo o material utilizado foi fornecido pela pesquisadora. Durante todas as etapas da atividade experimental, foi utilizado o recurso tecnológico por meio do software *Poly* para auxiliar na visualização de alguns sólidos arquimedianos.

4 Análise de dados

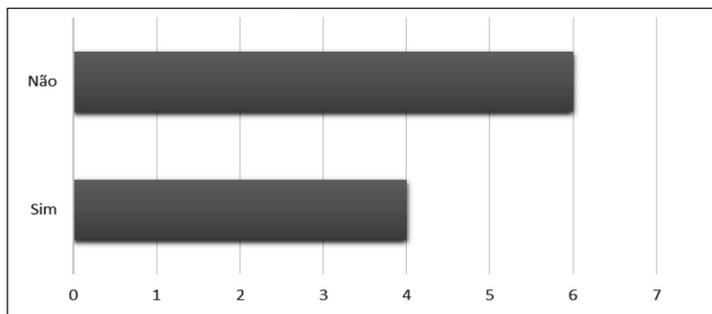
Neste capítulo, relatam-se os resultados dos instrumentos da pesquisa, que foi realizada com 10 alunos do 3º ano no Instituto Federal do Rio Grande do Sul-IFRS/Campus Osório/RS. Levando em consideração que, a cada encontro foram utilizadas maneiras e sólidos diferentes, optou-se por analisar encontro por encontro a fim de identificar as construções que auxiliaram, de forma construtiva, na formação do conhecimento geométrico dos participantes.

Portanto, a pesquisa buscou investigar um pouco sobre o conhecimento prévio que os alunos apresentam em relação ao estudo da Geometria e como ela é trabalhada em sala de aula. Diante disso, foram realizadas seis perguntas junto aos alunos, antes de iniciar a primeira aula de estudo/oficina.

Inicialmente, questionou-se em relação a sua formação, ou seja, se, em algum momento, foi oportunizado contato com a Geometria. Nesse primeiro questionamento, todos os 10 alunos participantes responderam que sim. Contudo, quando indagados se saberiam diferenciar Geometria Plana da Geometria Espacial, apenas sete deles relataram que sim, ou seja, apesar de todos os alunos informarem já terem tido contato com a Geometria, em algum momento de sua formação, nem todos conseguem fazer essa diferenciação básica. Isso significa que a ideia de plano e espaço não está esclarecida para esses alunos.

Diante disso, perguntou-se aos alunos se conseguem identificar o que é um sólido geométrico. Observou-se que seis desses alunos responderam que sim, e quatro deles, não. Porém, quando foram questionados se, em algum momento, já haviam construído algum sólido, notou-se que os mesmos alunos responderam ao questionamento de forma idêntica ao questionamento anterior, o que confirma a resposta do gráfico em relação à diferenciação de Geometria Plana da Geometria Espacial. Esses alunos até podem ter construído os sólidos, porém a construção não lhes fez nenhum sentido.

Gráfico 1 - Você já construiu algum sólido geométrico?



Fonte: A pesquisa.

Com base nas informações do Gráfico anterior, fica evidente que nem todos os alunos tiveram contato, de forma prática, com a construção dos sólidos geométricos. Isso se torna um fator a ser analisado, pois Freitas (2011) afirma ser necessário que os alunos consigam expressar seu conhecimento a partir do contato com as figuras geométricas e que saibam construí-las, afirmando a importância e a necessidade para compreender a Geometria.

Diante disso, pode-se concluir que essa necessidade se torna mais evidente de acordo com as respostas dos alunos nos questionamentos anteriores, pois, quando se perguntou quais sólidos esses haviam construído, dois dos quatro alunos que, segundo eles, já haviam construído algum sólido, responderam que já tinham construído triângulos e hexágonos. Isso mostra que não estava clara a diferença entre figura plana e figura espacial. Já os outros dois alunos citaram ter construído cilindros, prismas triangulares, prismas hexagonais e o cubo.

Para finalizar a investigação, solicitou-se que os participantes da pesquisa descrevessem como a Matemática é trabalhada em sua sala de aula, em especial no campo da Geometria. No Quadro a seguir, estão relatadas as opiniões de quatro alunos.

Quadro 3 - Como a Geometria é trabalhada nas aulas de Matemática

Aluno 1	“Plana e geométrica. Calculando o volume”.
Aluno 2	“Estamos trabalhando a parte de volume e as suas contas”.
Aluno 3	“Está sendo trabalhado o cálculo do volume, planificação dos sólidos e como fazer a visualização deles”.
Aluno 4	“Tem sido trabalhada com cálculos de volume, planificações e apresentação dos sólidos para melhor visualização”.

Fonte: A pesquisa.

Pelas informações, ficou evidenciada a fragilidade que os alunos têm em relação ao ensino da Geometria, necessitando um empenho maior dos professores para ensiná-la. Conforme Piaget (1988, p. 16), “todo educador deve conhecer não apenas as matérias a ensinar, mas, igualmente os mecanismos subjacentes às operações de inteligência e, por isso mesmo, as diferentes noções a ensinar”.

Após a aplicação do questionário sobre o conhecimento prévio dos alunos, a pesquisadora iniciou o primeiro encontro de estudos/oficina fazendo uma breve revisão referente ao conceito da palavra Geometria e sua origem, desde os seus primórdios. Destacou a Geometria Plana, seus entes primitivos, explicando o que seria um polígono e seus elementos. Para fundamentar a sua explicação, a docente utilizou-se da afirmação de Wenninger (1996 *apud* ALMEIDA, 2010, p. 22) de que “A Geometria é por muitas vezes definida como o estudo do espaço ou de figuras no espaço, de duas dimensões para figuras planas e polígonos, e de três dimensões para poliedros”.

Na sequência, conceituou-se perímetro em figuras planas e igualmente a demonstração de algumas fórmulas para calcular a sua área. Dessa forma, pretendeu-se sanar algumas dúvidas que surgiram quanto ao conteúdo explicado.

Na etapa seguinte, iniciaram-se as atividades envolvendo a Geometria Espacial explicando, inicialmente, seus conceitos fundamentais, tais como: o conceito de sólido geométrico, poliedro e seus elementos, o volume dos diferentes poliedros e uma breve referência ao estudo de pirâmides, finalizando com a diferença entre poliedros e sólidos geométricos. Nesse momento, foram apresentados aos alunos os sólidos platônicos e os sólidos arquimedianos e as relações existentes entre eles.

No momento seguinte, apresentou-se o *software Poly*, oportunizando um espaço de tempo em que os participantes tivessem contato com o *software* e o manipulassem. Observou-se que os alunos, inicialmente, deveriam reconhecer algumas características existentes nos sólidos platônicos e arquimedianos, sendo que, além desse fato, nenhum dos alunos conhecia o *software*.

Vale ressaltar que, durante a manipulação do *software*, os alunos identificaram algumas características comentadas na revisão de conteúdos, por meio dos questionamentos propostos nas atividades descritas a seguir: Qual o nome do polígono que forma as faces do icosaedro? Quantas faces têm um octaedro? Quantos pentágonos têm o dodecaedro? Quais e quantas figuras formam o bico poliédrico do hexaedro? Você conseguiu compreender a ideia de face, arestas, vértices e bico poliédrico? Analisando as faces dos sólidos platônicos, eles são poliedros regulares ou semirregulares?

Pôde-se observar que os participantes, ao manipularem o *software*, não tiveram nenhuma dificuldade em visualizar essas questões. Somente no item seis dois alunos afirmaram que os sólidos platônicos seriam sólidos semirregulares. No último momento da primeira oficina, a pesquisadora explicou o que seria a planificação de um poliedro, o significado das palavras trincar e snubificação e o que seria sólido truncado e sólido snub.

No segundo encontro, os alunos construíram o sólido arquimediano tetraedro truncado, utilizando-se de papel desenho, régua, compasso, tesoura, fita adesiva e a ideia de bico poliédrico estudada na primeira aula. Em um primeiro momento, foi realizada uma breve revisão sobre triângulos, condição de existência e como construir um triângulo utilizando apenas régua e compasso. A pesquisadora explicou como se faz o processo de truncamento de um sólido e os dois tipos de truncamentos existentes. Almeida (2010) destaca que, ao analisar os sólidos arquimedianos, percebe-se que onze deles são obtidos por truncaduras em vértices de sólidos platônicos e dois por snubificação de suas faces.

No momento seguinte, os alunos utilizaram o *software Poly* para manipular e conhecer o sólido que construiriam, registrando o máximo de informação que conseguiram identificar. A seguir, relatam-se algumas anotações realizadas pelos alunos:

Aluno 1: “O sólido possui quatro triângulos e quatro hexágonos e antes de ser truncado era formado apenas por triângulos”.

Aluno 2: “Vinte vértices, quatro hexágonos e quatro triângulos”.

Aluno 3: “Os quatro triângulos equiláteros, que foram cortados seus vértices virando um hexágono”.

Diante disso, após manipular e conhecer o tetraedro truncado, realizaram-se questionamentos com o grande grupo, concluindo-se que o tetraedro tem, em cada bico poliédrico, quatro triângulos e que o tetraedro truncado tem oito faces, sendo quatro hexágonos e quatro triângulos. Conforme afirma Weimer (1985, p. 25),

[...] o tetraedro truncado é delimitado por quatro faces hexagonais e quatro triangulares. Tem dezoito arestas e doze ângulos sólidos. Pode ser obtido por truncamento de um tetraedro regular seccionando-se cada aresta a um terço de sua dimensão, em cada extremidade.

Na sequência, cada aluno escolheu o tamanho e a(s) cor(es) que utilizariam para construir o seu triângulo, aproveitando-se apenas de compasso, régua e lápis. Como esse triângulo servirá de face do tetraedro, os alunos reproduziram mais três triângulos iguais a esse, totalizando quatro triângulos. A seguir, juntaram os triângulos utilizando a ideia de bico poliédrico, formando um tetraedro. Segundo Lopes (2012), o tetraedro é um sólido platônico. Na imagem a seguir, podem-se visualizar as construções efetuadas pelos alunos.

Figura 2 - Etapas da construção do tetraedro



Fonte: A pesquisa.

Por meio das figuras, observa-se que os participantes utilizaram trincaduras diretas para realizar a operação de truncamento do tetraedro. Portanto, transformar um tetraedro em tetraedro truncado consiste em cortar os cantos do tetraedro a um terço do seu vértice. Logo, os alunos que conseguiram identificar essa característica, antes da sua construção, tiveram maior facilidade para realizar a divisão das arestas, pois escolheram uma medida que fosse múltipla de três para construir o seu tetraedro truncado.

Assim, os participantes descobriram as medidas, fizeram as marcações e realizaram a secção do bico do tetraedro. Após repetir o processo em todos os bicos do tetraedro, chegou-se à conclusão de que, se fossem completados com triângulos os espaços vazios, seria possível chegar ao sólido arquimediano desejado. Diante disso, os alunos construíram mais quatro triângulos de acordo com a medida da aresta que faltava completar.

As imagens a seguir relatam o processo utilizado pelos alunos na construção do sólido.

Figura 3 - Processo de construção do tetraedro truncado



Fonte: A pesquisa.

Ao término da aula, os alunos responderam o instrumento de pesquisa. Todos concluíram que a metodologia aplicada e o material utilizado auxiliaram na construção do sólido. Porém, quando questionados se esses conseguiram relacionar a teoria com a prática, essa totalidade não foi verificada. Observou-se que nove dos dez alunos responderam que, por meio da metodologia aplicada, foi possível relacionar a teoria dada com a prática.

Dando sequência à investigação, perguntou-se aos participantes quais conteúdos, vistos na revisão, eles conseguiram identificar durante a construção do tetraedro truncado. Na Tabela 1, a seguir, estão descritas as opiniões dos alunos.

Tabela 1 - Conteúdos observados pelos alunos

Conteúdo identificado	Número de alunos
Geometria Plana	5
Geometria Espacial	4
Conceitos intuitivos de Geometria Plana	3
Conceitos intuitivos de Geometria Espacial	1
Figuras geométricas planas	10
Formas diferentes de construir triângulos e tetraedro	3
Área e volume de figuras geométricas	3

Fonte: A pesquisa.

A partir do relato dos alunos, foi possível identificar que os participantes da pesquisa conseguiram identificar conteúdos significativos no estudo da Geometria e conceitos fundamentais para a construção do sólido.

Para finalizar, quando questionados se consideravam válida a proposta de construção do sólido arquimediano e, posteriormente, a identificação de sua aplicabilidade, todos responderam que sim. Dois participantes reforçaram sua resposta enfatizando a sua real importância.

No terceiro encontro, os participantes construíram o sólido arquimediano rombicosidodecaedro, utilizando apenas a ideia de bico poliédrico, papel desenho com o molde dos polígonos de três, quatro e cinco lados, tesoura e fita adesiva. A pesquisadora iniciou a aula relembrando o nome de cada polígono a ser utilizado, comentando que o rombicosidodecaedro pode ser obtido por meio da expansão do octaedro. Segundo afirma Lopes (2012, p. 19), “o rombicosidodecaedro é um sólido de Arquimedes que também pode ser obtido por expansão do octaedro e tem sessenta e duas faces, sessenta vértices e cento e vinte arestas”.

Na sequência, os alunos utilizaram o *software Poly* para identificar algumas características do sólido a ser construído. Nessa análise, observaram-se algumas anotações registradas pelos alunos, sendo uma delas extremamente significativa: “O bico poliédrico do rombicosidodecaedro é formado por um triângulo, dois quadrados e um pentágono, e para formar o sólido será necessário vinte triângulos, doze pentágonos e trinta quadrados”.

Feitas essas investigações e suas respectivas conclusões, partiu-se para a etapa seguinte, quando os participantes escolheram as cores dos polígonos que utilizariam para construir o rombicosidodecaedro. Após, iniciaram, então, a construção da forma geométrica, utilizando a ideia de bico poliédrico.

Durante o processo de construção do sólido, registraram-se algumas observações relatadas pelos alunos, tais como: “Preciso contar o número de faces que vou utilizar para dar certo. E se colocar mais quadrados do que precisa, será que vai dar certo?”; “Este sólido parece uma bola”; “Que legal, de qualquer lado que eu queira colocar o meu polígono ele vai se encaixar desde que eu respeite a ideia de bico poliédrico” e “Indiferente da maneira que eu seguir sempre vai dar certo”.

Figura 4 - Processo de construção do rombicoidodecaedro



Fonte: A pesquisa.

Por meio das figuras, ficou evidenciado que os alunos utilizaram formas diferentes para preencher os bicos poliédricos, porém, é sempre possível completar o sólido deste que respeitada a ideia de bico poliédrico.

Diante dos questionamentos e das figuras construídas, percebe-se que os alunos não tiveram dificuldade em construir o sólido e, principalmente, identificar as suas principais características. Além disso, conseguiram verificar se a relação de Euler se presente na construção.

Ao final da atividade, os participantes responderam o instrumento de pesquisa. Todos os alunos concordaram com a metodologia aplicada. Também apontaram que a metodologia aplicada facilitou a construção do sólido, e o material utilizado foi adequado. Por meio da construção, os alunos conseguiram relacionar a teoria desenvolvida com a atividade prática aplicada. Consideraram extremamente válida a proposta de construção do sólido arquimediano e, posteriormente, sua aplicabilidade.

No quarto encontro de estudos/oficina, foi construído o sólido arquimediano icosaedro truncado. Segundo Lopes (2012, p. 18), “o icosaedro truncado é um sólido arquimediano obtido por truncatura sobre os vértices do icosaedro e tem trinta e duas faces (doze pentagonais regulares e vinte hexagonais regulares), sessenta vértices e noventa arestas”. Para a construção de cada icosaedro truncado, utilizaram-se trinta e duas pirâmides construídas com papel desenho.

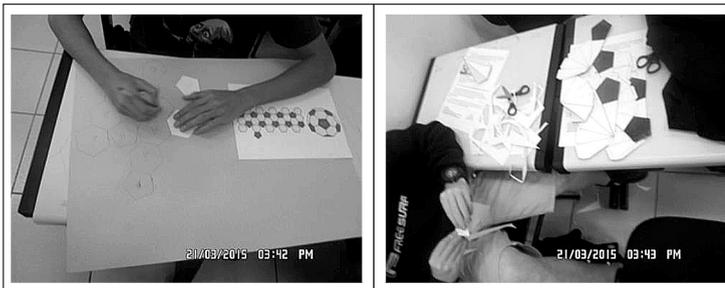
A pesquisadora iniciou a atividade lembrando algumas características existentes nas pirâmides e como calcular suas áreas e o seu volume. Aproveitou-se o momento para relatar um pouco sobre a copa de 1970, visto que a bola utilizada naquele evento tratava-se de um icosaedro truncado, portanto, uma alternativa de contextualizar o sólido estudado.

Em um segundo momento, solicitou-se que os alunos utilizassem o *software Poly*, objetivando conhecer as principais características existentes no icosaedro truncado. A partir das opiniões, observaram-se alguns relatos feitos pelos alunos: “Sólido com trinta e duas faces”; “O icosaedro truncado é formado por pentágonos e hexágonos”; e “O bico poliédrico do icosaedro truncado é formado por um pentágono e dois hexágonos”.

Em um terceiro momento, iniciou-se a construção do sólido utilizando-se pirâmides. Em relação a essa construção, os alunos subdividiram as tarefas. A subdivisão foi feita da seguinte maneira: um aluno reproduziu a planificação do icosaedro truncado em uma folha de papel cartaz. Essa planificação serviu como base para

colar as trinta e duas pirâmides. O restante do grupo recortou, dobrou e colou as pirâmides, como mostram a figura abaixo.

Figura 5 - Planificação do icosaedro truncado



Fonte: A pesquisa.

Em um quarto momento, os alunos reuniram todas as pirâmides construídas colando-as sobre as planificações reproduzidas anteriormente, conforme mostra a Figura 6.

Figura 6 - Imagens da montagem do icosaedro truncado



Fonte: A pesquisa.

Ao término da construção, utilizaram-se as pirâmides para calcular a sua área e, posteriormente, o seu volume. Com esses dados, foi possível descobrir, por meio de conceitos básicos de Geometria, o volume do icosaedro truncado e sua superfície. Observou-se que os alunos não tiveram grandes dificuldades para realizar os respectivos cálculos. Esse fato pode estar relacionado à revisão realizada pela pesquisadora, efetuada, inicialmente, por meio da apostila.

Ao final da aula, os alunos responderam o instrumento de pesquisa. Todos os participantes concordaram com a metodologia aplicada e em relação ao material utilizado, afirmando ter conseguido relacionar a teoria com sua aplicabilidade. Igualmente, observou-se que os alunos conseguiram resolver os cálculos de área e volume, identificando a diferença existente entre área e volume, bem como entre figura plana e espacial.

Portanto, fez-se uma breve comparação entre os cinco encontros de estudos/oficina, a fim de facilitar o entendimento e a compreensão dos resultados obtidos. Diante disso, o Quadro a seguir tem como objetivo fazer essa análise entre as aulas ministradas.

Quadro 4 - Comparativo entre as aulas ministradas

Sólido construído	Tetraedro Truncado	Rombicosidodecaedro	Icosaedro Truncado
A metodologia facilitou a construção do sólido?	Sim - 10 Não - 0	Sim - 10 Não - 0	Sim - 10 Não - 0
O material utilizado foi adequado para a atividade?	Sim - 10 Não - 0	Sim - 10 Não - 0	Sim - 10 Não - 0
Você conseguiu relacionar a teoria com a prática?	Sim - 9 Não - 1	Sim - 10 Não - 0	Sim - 10 Não - 0
Você considerou válida essa proposta?	Sim - 10 Não - 0	Sim - 10 Não - 0	Sim - 10 Não - 0

Fonte: A pesquisa.

Diante das análises realizadas, percebe-se que a construção do rombicosidodecaedro utilizou a ideia do bico poliédrico e da construção do icosaedro truncado formado por 32 (trinta e duas) pirâmides, ou seja, a clássica bola de futebol utilizada nas copas (após a Copa de 1970, no México). Esses foram os sólidos que tiveram pontuação favorável quanto à forma como foram trabalhados. Além desses, o tetraedro truncado também conseguiu uma ótima aceitação, tendo, em sua construção, metodologias bastante acessíveis para serem trabalhadas em sala de aula.

Portanto, a partir das análises realizadas, percebe-se que a pesquisa alcançou o objetivo proposto, visto que os alunos conseguiram construir os sólidos bem como entender conceitos geométricos que até o momento eram abstratos para eles.

Enfim, diante das atividades desenvolvidas nas aulas/oficinas e por meio das construções realizadas e dos relatos dos alunos, ficou comprovado que a maioria dos participantes passou a compreender melhor a Geometria. Até mesmo algumas fórmulas matemáticas foram assimiladas por meio da construção dos sólidos e de sua representação geométrica e não apenas a partir de demonstrações algébricas simplesmente colocadas no quadro negro sem uma real explicação de sua origem.

Vale ressaltar que, em vários momentos, os participantes não conseguiam relacionar o material estudado ao objeto que o representa. Esse fato pode ser explicado devido à falta de utilização de construções geométricas na abordagem dos conteúdos no cotidiano escolar, o que pode vir a dificultar a sua compreensão, em um primeiro momento. Posteriormente, com as atividades propostas a partir da construção dos sólidos arquimedianos, essas dificuldades diminuíram.

5 Considerações finais

Neste momento, vale lembrar os aspectos abordados ao longo dos capítulos deste trabalho, sendo importante mencionar as dificuldades de encontrar materiais específicos que falassem dos sólidos arquimedianos, bem como sua construção com alunos da Educação Básica. Considera-se oportuno também falar das reais possibilidades de aplicação desse conteúdo durante as aulas de Geometria.

Os estudos realizados permitiram identificar algumas peculiaridades em relação ao ensino da Geometria, salientando-se que as principais dificuldades estão associadas à visualização, à interpretação e à representação tridimensional dos sólidos. Observou-se que, em alguns momentos durante as oficinas, alguns alunos demonstraram não ter utilizado tais metodologias anteriormente. Esse fato dificultou, inicialmente, a compreensão do material construído. Tais problemas podem contribuir para que alguns conteúdos geométricos não sejam mais abordados durante a Educação Básica.

Por outro lado, acredita-se que os objetos, sólidos arquimedianos, quando trabalhados mais vezes por um tempo maior ou até mesmo voltando a fazer parte dos livros didáticos, podem vir a ter um resultado significativo, conseguindo diminuir as dificuldades encontradas pelos alunos no que se refere à visualização e à interpretação geométrica. Vale ressaltar que, com o advento do conhecimento por meio da informática, observa-se que a utilização das tecnologias tem contribuído na busca pela aquisição do conhecimento. Para tanto, utilizou-se o *software Poly*, tornando-o um importante aliado, auxiliando de forma satisfatória nas visualizações e nas interpretações geométricas, tornando-se uma alternativa viável para trabalhar em sala de aula.

Acredita-se que um trabalho de forma isolada, utilizando-se somente giz e quadro negro, não consegue suprir todas as necessidades dos alunos. A utilização de ambientes de Geometria Dinâmica que simulem um ambiente em três dimensões pode contribuir para a abstração de conceitos geométricos. Diante disso, avalia-se que a utilização do *software Poly*, seguido da construção do material concreto, pode vir a auxiliar na construção do pensamento visual geométrico.

É nesse contexto que se inseriu a pesquisa, propondo-se oferecer estudos sobre o ensino da Matemática, em especial sobre a Geometria Espacial, bem como o uso das tecnologias em sala de aula. Para tanto, buscou-se apresentar propostas de ensino e aprendizagem utilizando-se de estudos sobre os sólidos arquimedianos bem como sua utilização na Educação Básica. Ressalta-se que as metodologias utilizadas durante a pesquisa possibilitaram realizar atividades que, muitas vezes, não são trabalhadas em com os educandos.

A pesquisa bibliográfica foi fundamental para a realização do estudo matemático sobre o objeto proposto, uma vez que foi por meio dela que se descobriram maneiras de construir os sólidos. Também foi possível verificar a relação existente entre os sólidos platônicos e os sólidos arquimedianos, além do processo de truncamento e snubificação existentes em sua construção.

Portanto, esta pesquisa conseguiu alcançar o objetivo proposto, visto que

permitiu encontrar alternativas para a construção dos sólidos arquimedianos bem como explicar o seu processo de construção.

As análises realizadas sobre a construção dos sólidos permitiram perceber que os alunos conseguiram relacionar os sólidos platônicos com os arquimedianos bem como abstrair conceitos geométricos por meio de suas construções. Vale destacar que os sólidos arquimedianos podem ser resgatados e, principalmente, utilizados como objeto facilitador e motivador no ensino e aprendizagem da Geometria, com alunos do Ensino Médio.

Referências

ALMEIDA, Talita Carvalho Silva. *Sólidos arquimedianos e Cabri 3D: um estudo de troncaduras baseado no renascimento*. 2010. Disponível em: <http://www.sapientia.pucsp.br//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=10963>. Acesso em: 12 maio 2014.

BARBOSA, Magnally Adakuy Gonçalves. *Explorando os poliedros com o uso do Poly Pro 1.11*. 2011. Disponível em: <<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAflewAK/explorando-os-poliedros-com-uso-poly-pro-1-11>>. Acesso em: 25 set. 2014.

BATISTA, Sílvia Cristina Freitas; BARCELOS, Gilmara Teixeira; AFONSO, Flávio de Freitas. *Estudando Poliedros com Auxílio do Software Polys*. 2006. Disponível em: <http://www.edumat.com.br/wp-content/uploads/2008/11/apostila_poliedros_poly2006.pdf>. Acesso em: 5 jan. 2014.

BECKER, Fernando. *Educação e construção do conhecimento*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1999.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC, 1997. Disponível em: <www.mec.gov.br>. Acesso em: 7 maio 2014.

COLL, César *et al.* *Psicologia do ensino*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

CROWLEY, Mary. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgonery; SHULTE, Albert (Orgs.). *Aprendendo e Ensinando Geometria*. Tradução: Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria espacial posição e métrica*. 5. ed. São Paulo: Atual, 1993.

EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Tradução Hygino Domingues. São Paulo: Unicamp, 2004.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Novo Aurélio: O dicionário da Língua Portuguesa - Século XXI*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

FREITAS, Gláucio da Silva. *Didática do ensino Geométrico*. 2011. Disponível em: <<http://www.infoescola.com/pedagogia/didatica-do-ensino-geometrico>>. Acesso em: 2 ago. 2014.

LOPES, Tânia Isabel Duarte. *Os Sólidos Geométricos*. 2012. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~mat0717/public_html/Cadeiras/2Semestre/trabalho%204%20CasadasCiencias_TANIALOPES.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2015.

MACHADO, Nílson José. *Os Poliedros de Platão e os Dedos da Mão*. São Paulo: Scipione, 1989.

NASSER, Lilian; TINOCO, Lucia. *Curso Básico de Geometria*. Projeto Fundação. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2006.

NERY, Izaias Cordeiro. *Guia do Usuário: Poly VS 1.11*. São Paulo: Papirus, 2007.

PIAGET, Jean. *O diálogo com a criança e o desenvolvimento do raciocínio*. 9. ed. São Paulo: Scipione, 1997.

_____. *Para Onde Vai a Educação?* Rio de Janeiro: José Olympo, 1988.

POLY. Disponível em: <<http://www.peda.com/poly>>. Acesso em: 3 set. 2014.

RODRIGUES, Alessandra Coelho. *O Modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico*. 2007. Disponível em: <<https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/AlessandraCoelhoRodrigues.pdf>>. Acesso em: 3 set. 2014.

VALENTE, José Armando. O uso inteligente do computador na educação. *Revista Pátio*, ano I, n. 1, maio/jun. 1997.

WEIMER, Günter. *Empacotamento Fechado de poliedros*. Porto Alegre: Sulina, 1985.

_____. *Geometria Construtiva: Poliedros*. Porto Alegre: Editora do Autor, 1975.