O ensino de geometria utilizando materiais manipulativos: construindo poliedros duais

Ana Regina da Rocha Mohr[1]

Karin Ritter Jelinek[2]

Patrícia Lima da Silva[3]

Resumo

Na oficina "O ensino de Geometria utilizando materiais manipulativos: construindo poliedros duais", apresentamos uma proposta pedagógica utilizando materiais manipulativos para comprovar a existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares, bem como realizar a construção do tetraedro regular e seu dual. A proposta é fruto de uma pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal do Rio Grande (FURG). O objetivo central é propor uma alternativa para o ensino de Geometria que possa despertar o interesse dos participantes por este tema, por meio da construção de um objeto matemático que ainda é pouco explorado no ambiente escolar, os poliedros duais. A metodologia será dividida em três momentos. No primeiro momento, será realizada a comprovação da existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares, utilizando, como material didático, polígonos de papel. No segundo momento, serão abordados alguns aspectos teóricos sobre os poliedros regulares e os poliedros de Platão, bem como a construção dos cinco tipos de poliedros regulares utilizando polígonos de papel. O terceiro momento consiste na realização da construção do tetraedro regular e seu dual. Com essa proposta, pretendemos possibilitar um ensino da Geometria mais interessante, voltado para um ensino de Matemática mais atrativo e prazeroso, que proporcione ao aluno perceber que a Matemática vai além de teoremas e argumentações dedutivas.

Palavras-chave: Geometria. Poliedros regulares. Poliedros duais. Poliedros de Platão. Materiais manipulativos.

Introdução

Os primeiros conhecimentos que o homem teve a respeito da Geometria partiram da necessidade em compreender melhor o meio onde vivia. Segundo Roque, "os mesopotâmicos e egípcios realizavam cálculos com medidas de comprimentos, áreas e

[1]Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Rio Grande (FURG) – Campus Santo Antônio da Patrulha. E-mail: ar.mohr@hotmail.com.

[2] Doutora em Educação pela UFRGS. Docente do Instituto de Matemática, Estatística e Física e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal do Rio Grande (FURG) – Campus Santo Antônio da Patrulha. E-mail: karinjelinek@furg.br.

[3] Doutoranda em Educação em Ciências pela UFRGS. Técnica Matemática do Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande (FURG) – Campus Santo Antônio da Patrulha. E-mail: patriciasilva@furg.br.

volumes, e alguns de seus procedimentos aritméticos devem ter sido obtidos por métodos geométricos, envolvendo transformações de áreas" (ROQUE, 2012, p. 93).

Assim, fica evidenciado que, desde os tempos mais antigos, ainda que de forma não sistematizada, as civilizações realizavam cálculos geométricos para resolver problemas da vida cotidiana. Apesar de a Geometria surgir de necessidades básicas, ainda percebemos, em nossa prática docente, a dificuldade dos alunos em lidar com novos conhecimentos e dos professores em disponibilizar aos educandos formas alternativas de superar essas dificuldades.

Dessa maneira, para reduzir essas dificuldades, convém que haja a busca por alternativas que possam tornar o ensino de Geometria mais atrativo, desenvolvendo a iniciativa, o raciocínio dedutivo e o pensamento crítico. Assim, minimizam-se as dificuldades encontradas pelos estudantes e professores, visto que o ensino dessa área da Matemática acabou por ficar afastado por um longo período dos currículos escolares, como destacam Passos e Nacarato

> Depois de longo período de abandono quase absoluto, no final do século XX, o ensino de geometria na educação básica começa a fazer parte de debates e estudos acadêmicos, gerando muitas discussões em congressos nacionais e internacionais de Educação Matemática e deu lugar a muitas pesquisas de mestrado e doutorado tanto no Brasil, como no exterior. O ensino de geometria nas escolas, até então relegado às últimas páginas dos livros didáticos, volta a compor, de forma mais integrada e ao longo das unidades, a maioria dos livros didáticos de matemática quando esses passam a contemplar, de certo modo, orientados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. (PASSOS; NACARATO, 2014, p. 1).

Diante disso, a fim de auxiliar nessas discussões, esta oficina tem como objetivo propor uma alternativa para o ensino de Geometria que possa despertar o interesse dos participantes por essa área da Matemática, por meio da construção de um objeto matemático que ainda é pouco explorado no ambiente escolar: os poliedros duais. A ideia dessa proposta é criar a possibilidade de uma aula prática, investigativa e de construção, além de oportunizar aos alunos a construção de seu próprio material de estudo.

O ensino de Geometria e os materiais manipuláveis como recurso didático

O ensino de Geometria permite trabalhar com figuras geométricas tanto planas quanto espaciais e utilizar-se delas na vida cotidiana, desde a Matemática escolar até a economia de mercado, explorando a construção civil, a agricultura e a organização do espaço. Mesmo com tamanha relação com a vida dos educandos, esse ensino passou por momentos de abandono dentro da história do currículo brasileiro.

Com a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), ficou evidenciada a preocupação em retomar esse ensino, pois afirmam que a Geometria "é um estudo em que os alunos podem ter oportunidade especial, com a certeza, não a única, de apreciar a faceta da matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas" (BRASIL, 2006, p.75). Para tanto, existe uma preocupação em relação a como trabalhar com o ensino de Geometria e quais alternativas podem torná-lo mais atrativo, possibilitando o desenvolvimento da iniciativa, do raciocínio dedutivo e do pensamento crítico. De acordo com Meneses (2007),

> no Brasil, ainda nos dias atuais, temos percebido uma certa dificuldade de alguns professores em abordar esse ramo de conhecimento da Matemática, pois algumas reformas, principalmente a reforma advinda do Movimento da Matemática Moderna, fizeram com que esse estudo fosse posto em segundo plano, gerando um grupo de professores e consequentemente de alunos que apresentam pouco conhecimento e enormes dificuldades em abordar questões que envolvam conhecimentos geométricos. (MENESES, 2007, p. 29).

É percebível, dentro do ambiente escolar, professores preocupados em mudar essa realidade, ao buscarem caminhos e alternativas para o ensino de Geometria, visto que muitos não tiveram esse estudo em sua formação e não se sentem seguros em trabalhar esse conteúdo. Os autores Fiorentini e Miorim trazem também uma importante reflexão, pois alertam que:

> Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um "aprender" mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um "aprender" que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 3, grifos dos autores).

Portanto, para que os alunos tenham um desenvolvimento no ensino de Geometria, é conveniente a utilização de recursos que estimulem o seu ensino. Uma das alternativas viáveis é o uso do concreto, do manipulável, pois esses materiais podem contribuir para a construção de novos saberes. Segundo Nacarato

> O uso de materiais manipuláveis no ensino foi destacado pela primeira vez por Pestalozzi, no século XIX, ao defender que a educação deveria começar pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentações. No Brasil o discurso em defesa da utilização de recursos didáticos nas aulas de Matemática surgiu na década de 1920. (NACARATO, 2004, p. 1).

Essas discussões tiveram início, no Brasil, na década de 1920. Outro ponto importante no que se refere ao ensino de Geometria com materiais manipuláveis foi a década de 1980 com o resgate desse ensino devido ao período de enfraquecimento do Movimento da Matemática Moderna. A autora alerta que "um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los" (NACARATO, 2004, p.04).

Portanto, convém destacarmos que a utilização de materiais manipulável por si só não se torna eficiente. Faz-se necessário construir conhecimentos por meio da utilização desses materiais. Passos (2006, p. 79) afirma que "os recursos didáticos nas aulas de matemática envolvem uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem". Diante disso, percebemos que a utilização de materiais manipuláveis, desde que seja explorada de maneira adequada, pode ser um recurso de experimentação e descobertas, um mediador para facilitar a relação entre professor/aluno/conhecimento.

Lorenzato (2006) destaca que uma possibilidade a ser explorada no ensino de Geometria são os poliedros de Platão, pois

> diante dos poliedros de Platão convém que surjam questionamentos pelos alunos ou pelo professor como: Quem foi Platão? Quais foram suas contribuições para a matemática? Por que os poliedros de Platão são somente cinco, isto é, quais são as suas características? Quais são os outros tipos de poliedros? Onde os poliedros estão presentes? (LORENZATO, 2006, p. 8).

O autor se refere a esse estudo como uma alternativa em que o aluno pode aprender a procurar as respostas por ele próprio, trabalhando o aspecto experimental e racional na busca de um saber significativo. Lorenzato (2006) complementa dizendo que

> para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho-papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar. (LORENZATO, 2006, p. 25).

Portanto, as dificuldades encontradas no ensino de Geometria possibilitam a utilização de materiais concretos, podendo despertar a criatividade e o raciocínio lógico dos alunos. Mas é conveniente destacarmos que o material concreto possibilita apenas o primeiro conhecimento, isto é, o concreto é necessário, embora não suficiente, sendo importante ter sempre um elo entre a teoria e a prática.

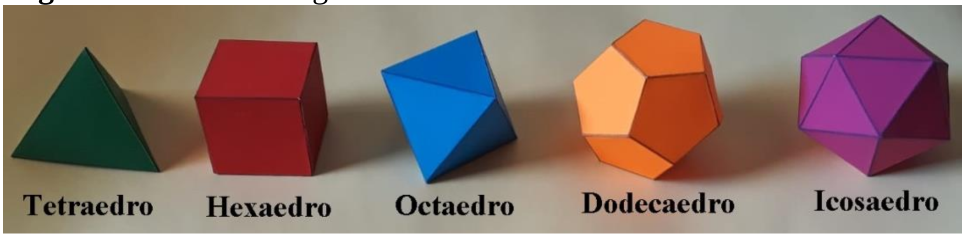
Poliedros regulares e poliedros de Platão

Segundo os estudos da Geometria espacial, só existem cinco tipos de poliedros regulares. Hoje, de acordo com a história, esses poliedros são conhecidos como sólidos platônicos ou poliedros de Platão. Mas fica evidente que esses não são apenas os poliedros regulares, mas sim aqueles que, em todas as faces, têm o mesmo número de arestas e em todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número de arestas, e vale a relação de Euler. Esses poliedros carregam o nome de Platão em virtude de ser este o tratamento dado por Euclides, em seu livro XIII, embora a história nos conte que três desses poliedros - o tetraedro, o cubo e o dodecaedro - devam-se aos Pitagóricos, enquanto que o octaedro e o icosaedro se devam a Teeteto (CADAMURO; ARAÚJO, 2013).

Segundo Dolce e Pompeo (1993, p. 130), “existem cinco, e somente cinco, classes de poliedros de Platão”. Os autores caracterizam classes como um conjunto de poliedros que satisfazem as condições para serem considerados um poliedro de Platão. Dessa forma, notamos, por exemplo, que um prisma reto de base quadrada satisfaz todas as condições apresentadas, portanto, é um poliedro de Platão. Porém, se todas as suas faces não forem quadradas, ele não pode ser considerado um poliedro regular visto que “um poliedro convexo é regular quando: a) suas faces são polígonos regulares e congruentes; b) seus ângulos poliédricos são congruentes” (DOLCE; POMPEO, 1993, p. 132). Os poliedros regulares possuem a seguinte propriedade: “existem cinco, e somente cinco, tipos de poliedros regulares. [...] Todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é um poliedro regular” (DOLCE; POMPEO, 1993, p. 133).

Portanto, a existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares justifica-se em função de seus ângulos poliédricos, visto que, para formar um ângulo poliédrico, são necessários, no mínimo, três faces, e a soma de seus ângulos não pode ser igual ou maior do que 360°. A Figura 1 traz os cinco tipos de poliedros regulares convexos, que são também poliedros de Platão.

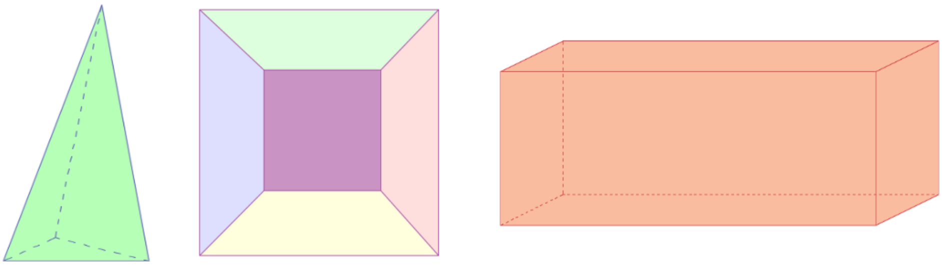
Figura 1 – Poliedros regulares



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Esses são os cinco tipos de poliedros regulares existentes. Cada um deles pertence a uma das cinco classes de poliedros de Platão. É importante observarmos que cada uma das classes de poliedros de Platão também contém poliedros que não são regulares, como ilustrado na Figura 2.

Figura 2 – Tetraedro não regular e Hexaedros não regulares



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Essa figura traz alguns exemplos de poliedros de Platão não regulares. A primeira imagem trata-se de um Tetraedro com apenas três faces congruentes. Esse fato não o torna um poliedro regular, porém, ele continua sendo um poliedro de Platão, que é conhecido como pirâmide de base triangular. Isso também acontece com a segunda imagem da figura. Trata-se de um hexaedro cujas faces são formadas por quatro trapézios congruentes e dois quadrados não congruentes entre si. Esse poliedro é conhecido como pirâmide de base quadrada truncada ou tronco de pirâmide de base quadrada. A última imagem é conhecida como prisma de base quadrada. Esse prisma tem quatro faces congruentes e duas bases congruentes entre si.

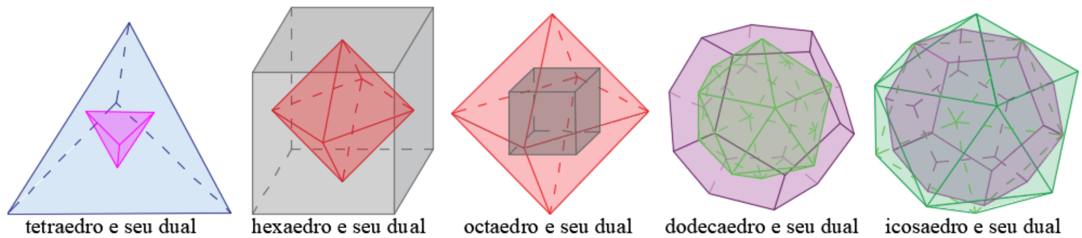
Poliedros duais

Podemos definir o poliedro dual de um poliedro regular da seguinte maneira: consideramos um poliedro regular e unimos o centro de cada face[4] adjacente através de segmentos de reta, obtendo um novo poliedro. Esse novo poliedro será definido como o dual do poliedro original.

Utilizamos também uma definição equivalente que diz que "dois poliedros são duais quando um está inscrito no outro de tal forma que os vértices do poliedro inscrito são os centros das faces do poliedro circunscrito" (KALEFF, 2003). Dessa maneira, fica evidenciado que o número de faces do poliedro original é o mesmo número de vértices do seu dual. Ou seja, construir um poliedro dual de um poliedro regular é inscrever um poliedro em outro de modo que os vértices do poliedro inscrito coincidam com os centros das faces do poliedro original.

Se analisarmos a definição de poliedros duais, podemos observar que esse fato nos permite dizer que é possível construir (ligando o centro das faces adjacentes através de segmentos de reta) um hexaedro inscrito em um octaedro e vice-versa. Também é possível montar um dodecaedro inscrito em um icosaedro e vice-versa. No caso do tetraedro, como ele tem o número de faces igual ao número de arestas, é possível construirmos um tetraedro inscrito em um tetraedro. A Figura 3 traz os cinco poliedros regulares com os seus duais.

Figura 3 – Poliedros regulares com seus duais



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Os poliedros duais são também chamados recíprocos, pois o número de faces do dual corresponde ao número de vértices do original, assim como o número de vértices corresponde ao número de faces do original. Assim, um poliedro e seu dual têm o mesmo

[4] Note que todo polígono regular possui uma circunferência inscrita, cujo centro pode ser determinado pelo encontro das bissetrizes internas. Chamamos esse ponto de centro da face do polígono ou centro da face do poliedro regular.

número de arestas, porém, o número de vértices e de faces fica invertido, exceto no tetraedro, no qual eles coincidem.

Público-alvo, objetivo e etapas da oficina

Esta oficina é destinada a professores do Ensino Fundamental, Médio e Superior, a licenciandos em Matemática e ao público em geral. Ela tem como objetivo a criação de um espaço de reflexão, discussão, troca de experiências e, principalmente, de estudos sobre os poliedros regulares e seus duais. Durante a realização da oficina, evidenciaremos as diferenças existentes entre os poliedros regulares e os poliedros de Platão, a Relação de Euler e algumas propriedades dos poliedros (como nomenclatura, arestas, vértices e faces). As etapas a serem desenvolvidas serão:

- ✓ No primeiro momento, será realizada a comprovação da existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares, utilizando-se polígonos de papel como material didático.
- ✓ No segundo momento, serão abordados alguns aspectos teóricos sobre os poliedros regulares e os poliedros de Platão, bem como a construção dos cinco tipos de poliedros regulares utilizando-se também polígonos de papel.
- ✓ No terceiro momento, será trabalhada a ideia de poliedros duais e poliedros regulares. Para essa atividade, será construído, com materiais manipuláveis, um poliedro regular com o seu dual.

Desenvolvimento da oficina

1º momento - Comprovar a existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares

Neste primeiro momento do desenvolvimento da oficina, será utilizada uma apresentação em PowerPoint contendo as principais ideias sobre alguns tópicos significativos da Geometria e como a proposta dessa oficina surgiu. Após esse momento inicial, os participantes terão a possibilidade de comprovar a existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares utilizando polígonos de papel. Nessa etapa, será realizada a seguinte pergunta inicial: *Por que será que não existem mais do que cinco tipos de poliedros regulares? Você não acha intrigante essa limitação no número de poliedros regulares? Qual seria a razão deste número tão pequeno?*

Para tentar responder a esses questionamentos, os participantes serão divididos em grupos de cinco integrantes. Nesse momento, eles receberão polígonos regulares impressos em folhas coloridas e com uma gramatura de 180g/m². Será necessário que recortem os polígonos e, com eles, construam os possíveis ângulos poliédricos que aqui chamamos de “bicos”. Um conceito que dever estar claro é que, para formarem um bico, é necessário unir, no mínimo, três polígonos por um de seus lados, mas podem ser utilizados mais de três polígonos, se necessário. É importante observarem que a soma dos ângulos internos desse bico não pode ser igual ou maior do que 360º. A Figura 4 traz o passo a passo de como formar um bico.

Figura 4 – Bico poliédrico do tetraedro regular

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Agora que os participantes já sabem construir um bico, eles receberão vários polígonos regulares (triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos e heptágonos). Após, terão que construir todas as maneiras possíveis de bicos.

Durante as construções, os participantes terão que anotar, no quadro que segue, todas as tentativas realizadas e os resultados obtidos.

Quadro 1 – Demonstração geométrica da existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares

Polígono regular	Medida do ângulo interno do polígono	Quantidade de polígonos usados	Soma dos ângulos que formam o bico	Poliedro formado
Triângulos	60°	3	180°	Tetraedro
Triângulos	60°	4	240°	Octaedro
Triângulos	60°	5	300°	Icosaedro
Triângulos	60°	6	360°	Não existe
Quadrados	90°	3	270°	Hexaedro
Quadrados	90°	4	360°	Não existe
Pentágonos	108°	3	324°	Dodecaedro
Pentágonos	108°	4	432°	Não existe
Hexágonos	120°	3	360°	Não existe
Heptágonos	≅ 128,57°	3	≅ 385,71°	Não existe

Fonte: Elaborado pelas autoras.

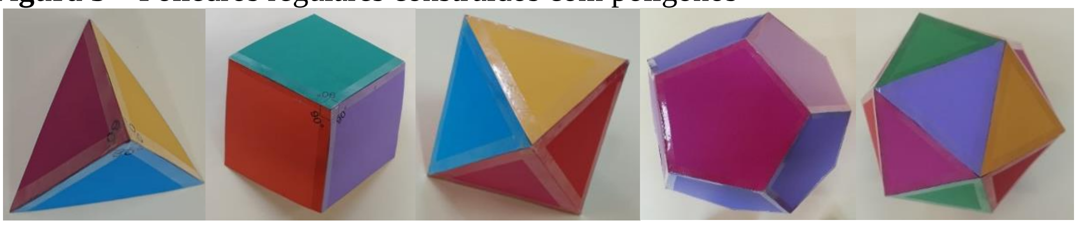
Ao final das construções, os participantes serão questionados sobre quais bicos conseguiram formar. Nesse momento, a ideia de bico precisa estar bem clara. É indispensável que o educando saiba identificar quais e quantas faces formam um bico, pois, no próximo momento, construiremos os poliedros regulares utilizando essa ideia.

Na tentativa de montarmos poliedros regulares, será possível verificar, na prática, que não é possível fazê-lo nem com hexágonos nem com polígonos que tenham mais do que seis lados. Enfim, vamos concluir que só é possível construir cinco tipos de poliedros regulares: três modos distintos, utilizando triângulos; de um só modo, utilizando quadrados; de um só modo, utilizando pentágonos.

2º momento - Construção dos cinco tipos de poliedros regulares

Agora que os participantes já compreenderam o motivo de existirem apenas cinco tipos de poliedros regulares, vamos construí-los. Para essa construção, serão utilizados os polígonos que sobraram do primeiro momento e os bicos já construídos. Logo, para finalizarmos a construção dos cinco tipos de poliedros regulares, basta completarmos cada bico construído anteriormente com os polígonos que estão faltando. Dessa forma, vamos obter o tetraedro regular, o hexaedro regular, o octaedro regular, o dodecaedro regular e o icosaedro regular. A Figura 5 traz estes poliedros.

Figura 5 – Poliedros regulares construídos com polígonos

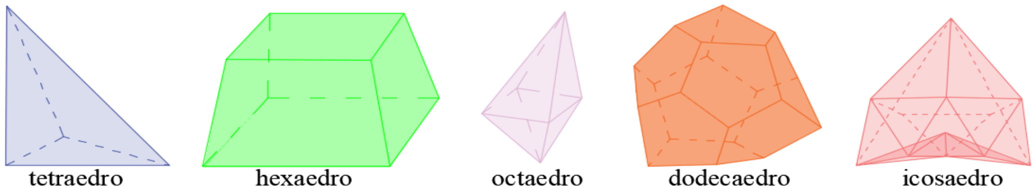


Fonte: Elaborado pelas autoras.

Como acabamos de verificar, existem apenas cinco tipos de poliedros regulares. A história nos conta que Platão, por volta do século VI a.C., já conhecia esse fato, tendo estudado especialmente certa classe de poliedros, hoje conhecidos como poliedros de Platão, entre os quais se incluem os poliedros regulares.

Assim é possível dizermos que todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é regular. A ideia aqui é fazer com que os participantes percebam que existem cinco tipos de poliedros regulares e cada um deles pertence a uma das cinco classes de poliedros de Platão. Mas que, em cada uma das classes de poliedros de Platão, também existem poliedros que não são regulares e alguns não são convexos. Nesse momento, serão realizados questionamentos a respeito dessas características. A Figura 6 traz alguns poliedros de Platão que não são regulares e que poderão auxiliar nessas discussões.

Figura 6 – Poliedros de Platão que não são regulares construídos



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Essas imagens trazem alguns exemplos de poliedros de Platão que não são regulares. Além disso, trazem um icosaedro não convexo (visto que ser convexo não é uma condição para os poliedros de Platão).

Após realizar essas discussões, utilizaremos todos os poliedros regulares construídos e, contando o número de vértices, de faces e de arestas, verificaremos se a relação Euler é válida. Nesse momento, os participantes deverão preencher o quadro 2.

Quadro 2 – Comprovando a relação de Euler

Poliedro Regular	**Polígonos usados**	**Nº de faces (F)**	**Nº de vértices (V)**	**Nº de arestas (A)**	**V – A + F = 2**
Tetraedro	triângulos	4	4	6	4 – 6 + 4 = 2
Hexaedro	quadrados	6	8	12	8 – 12 + 6 = 2
Octaedro	triângulos	8	6	12	6 – 12 + 8 = 2
Dodecaedro	pentágonos	12	20	30	20 – 30 + 12 = 2
Icosaedro	triângulos	20	12	30	12 – 30 + 20 = 2

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Dessa maneira, finalizaremos o segundo momento comprovando que a relação de Euler é válida para os poliedros regulares (isso também é justificável pelo fato de os poliedros regulares serem convexos).

3º momento - Construção de poliedros duais

Para realizarmos a construção dos poliedros regulares com seus duais, vamos considerar o poliedro regular original com a aresta medindo L e a medida da aresta do seu dual como l. Segue o Quadro 3 com as fórmulas em função do poliedro regular original e também em função do seu poliedro dual. A dedução dessas fórmulas foi realizada pela pesquisadora e faz parte do produto educacional que está sendo construído em seu mestrado.

Quadro 3 - Comparação das fórmulas para o cálculo dos poliedros regulares e seus duais

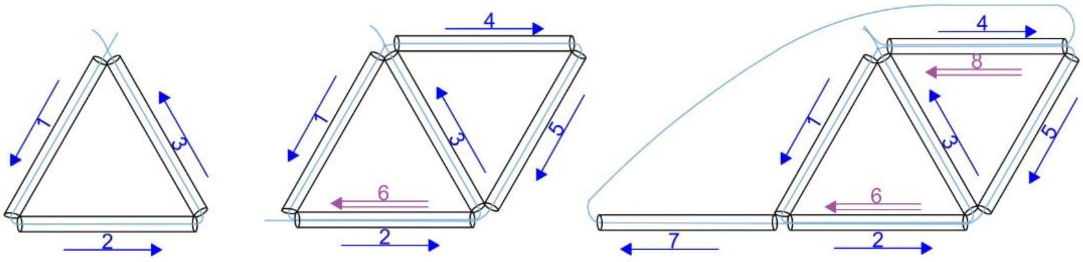
Poliedro original	Poliedro dual	Fórmula em função da aresta do poliedro original	Fórmula em função da aresta do poliedro dual
Tetraedro regular	Tetraedro regular	$L = 3l$	$l = \frac{1}{3} L$
Hexaedro regular	Octaedro regular	$L = l\sqrt{2}$	$l = \frac{L\sqrt{2}}{2}$
Octaedro regular	Hexaedro regular	$L = \frac{3l\sqrt{2}}{2}$	$l = \frac{L\sqrt{2}}{3}$
Dodecaedro regular	Icosaedro regular	$L \cong \frac{1}{1{,}17} l$	$l \cong 1{,}17L$
Icosaedro regular	Dodecaedro regular	$L \cong \frac{1}{0{,}54} l$	$l \cong 0{,}54L$

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Diante do tempo necessário para realizarmos a construção de todos os poliedros regulares com seus respectivos duais neste minicurso, construiremos apenas um dos cinco tipos de poliedros regulares existentes e seu dual. O poliedro a ser montado será o tetraedro regular e seu dual. Para essa construção, vamos analisar quem será o seu poliedro dual. Após esses questionamentos, chegaremos a dois tetraedros regulares. Vamos utilizar os polígonos do primeiro momento para construir o poliedro dual e, a partir das fórmulas fornecidas no Quadro 3, calcular a medida da aresta de seu poliedro original.

Após, como já saberemos a medida que terá a aresta do poliedro original, vamos olhar no Quadro 2 a quantidade de arestas necessárias para formar um tetraedro regular. A construção desse tetraedro será realizada com canudos seguindo o esquema[5] da Figura 7. Dessa maneira, cada participante terá que ter o número de canudos igual ao número de arestas necessárias para formar um tetraedro, e a medida de cada canudo será a encontrada pela fórmula.

Figura 7 – Esquema para a construção do tetraedro regular com canudos

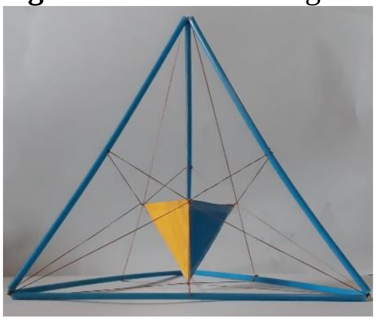


Fonte: Elaborado pelas autoras.

[5] Esse esquema foi baseado nas ideias de Kaleff (2003).

Após ter os dois tetraedros construídos, para unir o tetraedro dual ao centro das faces do tetraedro original, serão realizados alguns questionamentos sobre como saber onde está localizado o centro da face de um triângulo. Uma opção é encontrar o baricentro, que, no caso do triângulo equilátero, coincide com o incentro (que é o encontro das bissetrizes). Após essas conclusões, vamos utilizar linha de costura para construir as três bissetrizes, pois o ponto de encontro delas será o baricentro, que é o centro da face do tetraedro regular original. A Figura 8 traz essa construção.

Figura 8 – Tetraedro regular e seu dual



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Após realizada essa última construção, finalizaremos as atividades práticas, promovendo um momento de reflexão sobre as atividades propostas. Os participantes também serão convidados a responder a um questionário sobre a oficina ofertada. Esse material servirá como base para analisar possíveis pontos a serem melhorados para uma próxima realização da oficina.

Considerações Finais

Essa oficina é oriunda de uma pesquisa de mestrado que se encontra em desenvolvimento e que busca propor alternativas para o ensino de Geometria. Dessa forma, temos algumas expectativas sobre os resultados que serão obtidos, pois acreditamos que a utilização de materiais manipulativos pode possibilitar ao aluno um ensino de Matemática, em especial de Geometria, mais agradável e prazeroso.

Assim, com o desenvolvimento das atividades, acreditamos ter a oportunidade de relacionar a teoria com atividades manipulativas, gerando a expectativa de poder tornar o ensino mais contextualizado. Assim, possibilitamos ao aluno perceber, na prática, a função das fórmulas algébricas.

Outra expectativa criada é sobre a utilização de um objeto que ainda é pouco explorado no ambiente escolar: os poliedros duais. Com essa oficina, pretendemos, dessa forma, observar as possibilidades de se trabalhar, de forma significativa, com esse objeto durante as aulas de Matemática.

Referências

ALMEIDA, C. R. M. **Sólidos de Platão e seus duais:** Construção com material concreto e representações por GeoGebra. 64f. Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual de Campina, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. Campinas, São Paulo. 2015.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA. (2006) **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio.** Volume 2: Ciência da natureza, Matemática e tecnologia. Brasília: MEC.

CADAMURO, S. de S. D.; ARAÚJO, N. S. R. de. Descobrindo os poliedros de Platão e sua relação com o cotidiano. In: **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**. Coleção cadernos do PDE. Volume 1. Versão *online*. 2013. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_fafipa_mat_artigo_sueli_de_souza_ladeia_cadamuro.pdf>. Acesso em: 26 de maio de 2019.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar:** Geometria espacial posição e métrica.5. ed. São Paulo: Atual, 1993.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.Â. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP,** São Paulo, Ano 4, n. 7, jul/ago de 1990.

KALEFF, Ana Maria. **Vendo e entendendo poliedros:** do desenho ao cálculo através de quebra-cabeças e outros materiais concretos. 2. ed. Niterói: Editora UFF, 2003.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (Orgs.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Coleção Formação de Professores. Campinas-SP: Autores Associados, 2006. p. 3 – 37.

MENESES, R. S. de. **Uma História da Geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino.** 172f. Dissertação -Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUC. São Paulo, 2007.

NACARATO, A. M. Eu Trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Ano 9, n.9-10, (2004- 2005), p.1-6.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recurso didático na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio (Orgs.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Coleção Formação de Professores. Campinas-SP: Autores Associados, 2006. p. 77 – 92.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. O ensino de geometria no ciclo de alfabetização: um olhar a partir da provinha Brasil. São Paulo: **Revista Educação Matemática em Pesquisa.** Volume 16, n.4, p. 1147-1168, 2014.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: Zahar, 2012.