

## Propondo uma investigação do pensamento algébrico e do campo conceitual algébrico com alunos do ensino fundamental

*Aiana Silveira Bilhalva*<sup>1</sup>

*Daniela Stevanin Hoffmann*<sup>2</sup>

### Resumo

Esta pesquisa está sendo desenvolvida no âmbito do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEMAT) na Universidade Federal de Pelotas (UFPel). A pergunta que orienta a pesquisa é: quais processos algébricos são manifestados na resolução de situações que pertencem ao Campo Conceitual Algébrico (CCA)? Tem-se como principal objetivo perceber se e como acontecem os processos de identificação de regularidades e padrões e de expressão de generalizações nas resoluções de alunos, a partir da exploração de parte do CCA que estabelece comparações e relações entre expressões numéricas ou padrões geométricos. Serão analisadas as resoluções de 32 alunos dos anos finais (7º, 8º e 9º) do Ensino Fundamental da cidade de Canguçu-RS. Nas situações desenvolvidas pretende-se explorar relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos e, nas resoluções dos alunos, identificar: os invariantes operatórios e as representações do CCA; o desenvolvimento de algum tipo de generalização; e como os alunos percebem e tentam expressar regularidades ou invariâncias. Essas situações serão de cunho exploratório investigativo a fim de convidar os alunos a descobrirem estratégias para resolvê-las. As resoluções dos estudantes serão analisadas com o suporte na teoria de Gérard Vergnaud sobre Campos Conceituais, observando os invariantes operatórios, esquemas, conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, que poderão ser identificados nas situações.

**Palavras-chave:** Pensamento Algébrico. Teoria dos Campos Conceituais. Campo Conceitual Algébrico. Ensino Fundamental.

### Introdução

Pretende-se apresentar na presente comunicação o estudo que vem sendo desenvolvido na dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEMAT da Universidade Federal de Pelotas – UFPel, intitulada “Investigação do Pensamento e Campo Conceitual Algébricos nos Anos Finais do Ensino Fundamental”. A pesquisa procurará responder como ocorre a manifestação de processos algébricos na resolução de situações que compõem o

<sup>1</sup> Graduada em Licenciatura em Matemática (IFM/UFPel, 2017). Aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Universidade Federal de Pelotas. E-mail: aiana\_bilhalva@hotmail.com

<sup>2</sup> Doutora em Informática na Educação (PGIE/UFRGS, 2011); Mestre em Psicologia Social e Institucional (PPGPSI/UFRGS, 2006); Graduada em Licenciatura em Matemática (IMat/UFRGS, 2002). Professora do Departamento de Educação Matemática da Universidade Federal de Pelotas. E-mail: danielahoff@gmail.com

Campo Conceitual Algébrico? O objetivo geral da pesquisa é identificar se e como acontecem os processos de identificação de regularidades e padrões e de expressão de generalizações nas resoluções de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental da cidade de Canguçu-RS a partir da exploração de parte do CCA que estabelece comparações e relações entre expressões numéricas ou padrões geométricos. Tem-se como objetivos específicos da pesquisa: identificar, nas resoluções das situações apresentadas, os invariantes operatórios e as representações do CCA; o desenvolvimento de algum tipo de generalização; e como os alunos percebem e tentam expressar regularidades ou invariâncias.

A pesquisa será desenvolvida com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (7º, 8º e 9º anos), no município de Canguçu-RS com aproximadamente 32 estudantes. Será explorado um conjunto de situações problema caracterizadas pela possibilidade de estabelecer relações e comparações. As situações serão apresentadas na forma de atividades de cunho exploratório investigativo, convidando os alunos a desenvolverem estratégias para resolvê-las. As atividades terão foco na identificação de regularidades e padrões e nos processos de generalização. Pretende-se analisar essas resoluções desenvolvidas pelos estudantes baseando-se na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, um psicólogo e educador matemático francês.

Com base nos caracterizadores do pensamento algébrico (Fiorentini et al, 2005), as situações irão explorar relações e comparações em padrões geométricos ou numéricos, podendo chegar no processo de generalização, percebendo regularidades ou invariâncias. O que se pretende aqui é buscar nas resoluções dos alunos os invariantes operatórios utilizados, ou seja, as estratégias que utilizaram para chegar em determinado resultado que podem ser: reconhecer padrões existentes, perceber regularidades/padrões, generalizar, expressar regularidades/invariâncias, identificar o valor atribuído à variável e identificar a razão de variação.

Este trabalho teve início a partir de preocupações da pesquisadora em relação ao ensino de Álgebra, enquanto aluna da graduação. Nos estágios obrigatórios e nas aulas particulares, foi percebido que a grande maioria dos estudantes tinham dificuldades em relacionar a linguagem algébrica com questões que necessitavam de pensamento mais abstrato, não conseguiam passar determinados problemas para uma linguagem mais genérica, por exemplo. Tendo em vista essas e algumas outras percepções, começaram alguns questionamentos: Como os alunos compreendem questões algébricas? Será que sabem diferenciar conteúdos algébricos de aritméticos? Por que alguns têm facilidade com abstrações e outros não? De modo geral, a maioria dos estudantes associavam a Álgebra apenas pelo uso de suas representações literais.

Foram essas e outras questões que deram início aos estudos sobre o pensamento algébrico, sobre o ensino-aprendizagem de Álgebra. Alguns autores foram encontrados durante a busca por aporte teórico, e muitos deles com pensamentos bem próximos. Usiskin (1995) por exemplo, diz

que a Álgebra da escola básica é relacionada com a compreensão das “letras”: o que significam e como operar com elas.

Para Ribeiro e Cury (2015) a Álgebra não tem uma definição única, os autores destacam a visão de Kaput (1995 apud Ribeiro e Cury, 2015) que cita alguns exemplos de Álgebra trabalhados na escola básica: os polinômios, as frações, as fatorações, teoria dos anéis, álgebra linear, entre outros. Os autores falam sobre a visão de Kirshner (2011, apud Ribeiro e Cury, 2015) mostrando as duas abordagens que podem ser vistas na Álgebra: estrutural e referencial. Ainda baseados em Kaput (1995, apud Ribeiro e Cury, 2015), os autores destacam que nas escolas os livros-textos trazem mais o aspecto transformacional da Álgebra, com ênfase nas regras de manipulação de expressões simbólicas, sem dar importância aos conceitos.

Reforçando a ideia de que a Álgebra não pode ser vista apenas como simbolismo, temos Ponte, Branco e Matos (2009) que trazem a própria definição de pensamento algébrico:

O pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.10).

A Álgebra não pode ser reduzida apenas ao uso de letras, existe muito mais nos conceitos algébricos, ou seja, processos desenvolvidos a partir de situações algébricas – generalização, estruturação, modelação, variação, identificação de padrões, etc. Alguns autores se dedicaram a escrever e pesquisar sobre as diferentes concepções da Educação Algébrica – não conflitantes e não excludentes.

Usiskin (1995) destaca outras quatro concepções sobre educação algébrica: Álgebra como Aritmética generalizada, Álgebra como estudo para resolver certos tipos de problemas, Álgebra como estudo de relações entre grandezas e Álgebra como estudo das estruturas. Lins e Gimenez (1997) apontam três concepções: letrista, letrista-facilitadora e de modelagem matemática. E Lee (2001 apud FIGUEIREDO, 2007) destaca outras seis concepções que tratam a Álgebra como: linguagem, caminhos de pensamento, atividade, ferramenta, aritmética generalizada e cultura.

Fiorentini et al (1993) apresentam três concepções históricas de ensino de álgebra: linguístico-pragmática, fundamentalista-estrutural e fundamentalista-analógica. Fiorentini et al (2005) apresentam uma quarta concepção chamada de exploratório investigativa. Esta última está relacionada com a terna de conjuntos de Vergnaud nesta pesquisa. Ou seja: um conjunto de situações que tornam o conceito significativo (S) composto pelas atividades de cunho exploratório investigativo que irão explorar relações e comparações em padrões geométricos ou numéricos; um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações (I), ou seja, os conceitos por traz da

proposta (identificação de padrões, generalização, etc.); e um conjunto de representações simbólicas podendo ser usadas para pontuar e representar as situações e os procedimentos para lidar com eles (R), como, por exemplo, números, desenhos, expressões, diagramas, entre outras formas que os alunos possam utilizar para descrever as situações.

Dentre esses autores, Fiorentini et al (1993, 2005) e Lins e Gimenez (1997) enfatizam o pensamento algébrico, a fim de repensar a relação existente entre linguagem e pensamento e de defender a produção de significados, respectivamente. Como existem várias definições de pensamento algébrico e do que seja pensar algebricamente, ao longo do texto são apresentadas diferentes ideias sobre o Pensamento Algébrico.

Na presente pesquisa, será abordado o pensamento algébrico, tal como caracterizado por Fiorentini (2005), a partir da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud. Será estudado, pela abordagem da TCC, um conjunto de situações, um conjunto de invariantes e um conjunto de representações identificáveis que constituirão uma parte do Campo Conceitual Algébrico definida a partir de um dos caracterizadores de Fiorentini (2005): estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos.

Vergnaud, com esta teoria, contribuiu com as pesquisas cognitivistas sobre aprendizagem matemática. Para o autor, as competências e concepções, neste caso, as formas de lidar com padrões, regularidades e generalizações, são desenvolvidas a partir de diferentes situações (novo domínio, novas relações, novos dados numéricos) dentro e fora da escola. Em geral, quando se defronta com uma nova situação, o estudante usa o conhecimento que teve em experiências anteriores similares e tenta adaptá-lo as novas situações (VERGNAUD apud MAGINA et al, 2008).

Vergnaud traz a ideia de Campos Conceituais, isto é, um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem o estudo de vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas que se encontram em conexão (VERGNAUD apud MAGINA et al, 2008). Na dissertação, será trabalhado parte do Campo Conceitual Algébrico, definida a partir de um caracterizadores do pensamento algébrico de Fiorentini (2005): estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos.

## **Álgebra Escolar**

Na maioria das vezes a Álgebra escolar é vista apenas como generalização da Aritmética. Mas Álgebra não é apenas isso, envolve generalização, variação, estruturação, modelagem, representação. Autores como Lins e Gimenez (1997) acreditam que inserir a Álgebra em alguns exercícios Aritméticos possa ajudar os alunos quando começarem a estudar apenas conceitos algébricos abstratos. Não quer dizer que a Álgebra sirva apenas para generalizar conteúdos Aritméticos, mas pode ter um início com essa exploração.

O que acontece nas escolas básicas atualmente é que a Álgebra e a Aritmética são trabalhadas separadamente, como se quando terminassem os conteúdos Aritméticos começassem os Algébricos, e pelo contrário, eles se complementam.

Quando se faz uma ruptura entre a abordagem da Aritmética e a Álgebra o estudante não consegue perceber essa relação e encara como se fosse uma nova Matemática, a Matemática das letras como novas regras, fórmulas e aplicações; e isso impede que ele consiga fazer a associação entre as duas, trazer os conceitos já absorvidos na Aritmética e aplica-los na Álgebra de forma mais natural (OLIVEIRA; LAUDARES, 2015, p.4).

Para Fiorentini et al (2005), a Álgebra escolar vem enfatizando as habilidades de manipulação das expressões, priorizando o domínio da linguagem algébrica. Dessa forma, o ensino de Álgebra fica reduzido à representação literal, de transformismo algébrico (manipulação), enfatizando a linguagem algébrica ao invés de buscar desenvolver o pensamento algébrico e seu processo de significação. É preciso superar a visão de que a Álgebra seria apenas um instrumento para a resolução de problemas, que facilita a comunicação matemática, e considerá-la, também, uma forma específica de pensamento e de leitura do mundo.

Em Fiorentini et al (2005), temos a identificação de caracterizadores do pensamento algébrico como características a serem exploradas por atividades algébricas que propiciem o desenvolvimento deste pensamento pelo aluno. Para cada caracterizador deste pensamento, podem ser propostas diferentes situações a partir das quais poderão ser desenvolvidos conceitos algébricos. Nesta pesquisa, a linguagem algébrica surgirá a partir da exploração do aluno de um conjunto de situações que possibilita estabelecer relações e comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos. Os alunos serão convidados a solucionar-las e, para isso, precisarão da linguagem algébrica, a fim de desenvolver algum tipo de processo de generalização; e perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias.

### **Pensamento Algébrico**

A ideia de pensar algebricamente não está desvinculada do simbolismo algébrico, pelo contrário, os dois são trabalhados mutuamente.

Aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação. Resumir a actividade algébrica à manipulação simbólica, equivale a reduzir a riqueza da Álgebra a apenas uma das suas facetas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p.10).

O pensamento algébrico não exclui o uso das representações simbólicas, pelo contrário, dá significado para objetos da Álgebra, para relações existentes, etc. Cyrino e Oliveira (2011) apresentam o

*Pensamento Algébrico* como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização destes objetos (CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 103, grifos das autoras).

Fiorentini et al (1993) colocam o pensamento algébrico como “um tipo especial de pensamento que pode se manifestar não apenas nos diferentes campos da Matemática, como também em outras áreas do conhecimento” (p. 88). Os autores também concluem que há diversas formas de expressar o pensamento algébrico:

através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para este fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica (FIORENTINI et al, 1993, p 88).

Em Fiorentini et al (2005), os autores enunciaram caracterizadores do pensamento algébrico, retomando a ideia de que para possibilitar seu desenvolvimento na educação básica o professor precisa levar para a sala de aula atividades que manifestem esses caracterizadores. São eles:

- Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos;
- Perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema;
- Produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica;
- Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas;
- Transformar uma expressão aritmética em outra mais simples;
- Desenvolver algum tipo de processo de generalização;
- Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias;
- Desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente. (FIORENTINI et al, 2005, p. 5).

Segundo os autores, esses caracterizadores podem mobilizar e desenvolver o pensamento algébrico dos alunos, a partir de tarefas exploratórias de diferentes finalidades.

Neste trabalho, serão explorados, três desses caracterizadores: estabelecimento de comparações e relações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; desenvolver algum tipo de processo de generalização e perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias. O primeiro caracterizador é o que define a parte do CCA que será explorado: um conjunto de situações que envolve expressões numéricas e padrões geométricos ao qual pode ser relacionado um conjunto de invariantes operatórios e um conjunto de representações. Os outros dois caracterizadores do pensamento algébrico destacados serão alvo de investigação na medida em que podem ou não ser manifestados pelos alunos e, se forem, podem o fazer de diferentes formas.

## Teoria dos Campos Conceituais

Em sua teoria Gérard Vergnaud, propunha uma estrutura sobre as pesquisas cognitivistas, em especial, na aprendizagem matemática, buscando estudar as relações existentes entre conceitos matemáticos. Possibilitando duas análises importantes: a primeira se refere à relação existente entre os conceitos, como os esquemas e os invariantes operatórios, explícitos e implícitos nos comportamentos dos sujeitos frente a uma determinada situação; e a segunda sustenta um aprofundamento das relações existentes entre o significado e o significante (MAGINA, 2014). Assim, a teoria estuda a variedade de situações que o indivíduo percorre para chegar até seu resultado, percebendo-se que cada situação envolve mais de um conceito, por mais simples que seja.

Considerando que para adquirir um conceito é preciso interagir com diferentes situações (problemas, tarefas, atividades, jogos, ...), e levando em conta que em uma situação há vários conceitos, não faz sentido a referência à formação de um conceito isolado, mas sim a um campo composto por vários conceitos, representações e situações, que se articulam formando um campo conceitual (GITIRANA, et al, 2014).

Além da articulação de conceitos que aparecem na construção de um campo conceitual, Vergnaud identificou três elementos que ajudam a compreender a composição de um campo conceitual. Na terna de conjuntos (S, I, R):

- S representa um conjunto de situações que tornam o conceito significativo.
- I corresponde a um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações.
- R refere-se a um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar as situações e os procedimentos para lidar com eles.

Segundo Vergnaud (1988,1998), a aquisição do conhecimento se dá, em geral, por meio de situações e problemas já conhecidos, relacionados a características locais. Consequentemente, todos os conceitos têm um domínio de validade restrito, que varia de acordo com a experiência e com o desenvolvimento cognitivo do aluno (MAGINA, 2008).

A fim de estabelecer relação entre o conceito e uma determinada situação, Gérard Vergnaud retoma a ideia de Piaget<sup>3</sup> - e suas ideias sobre a função simbólica, que originam-se da Semiótica. Esta é a ciência que estuda a comunicação e envolve três elementos básicos: o **referente**, que é a realidade, o objeto; o **significado**, que é individual, estando ligado à funcionalidade do referente; e o **significante**, que diz respeito ao coletivo e é expresso por

---

<sup>3</sup> Um dos mais importantes pensadores do século XX, o suíço Jean Piaget (1896 – 1980) foi o criador da Epistemologia Genética, teoria do conhecimento baseada no estudo da origem psicológica do conhecimento humano. A partir do estudo das concepções infantis de tempo, espaço, causalidade física, movimento e velocidade, Piaget criou uma teoria do conhecimento centrada no desenvolvimento natural da criança (MAGINA, et al, 2008).

símbolos, signos e sinais (GITIRANA, et al, 2014).

Para descrever e analisar os avanços que um aluno tem sobre determinado conceito, é preciso considerar sua maneira de resolução, quais estratégias foram desenvolvidas para que chegasse até a solução. Essas são chamadas por Vergnaud de competências e concepções. Existe uma inter-relação entre as ideias de competências e concepções, perpassando pela ideia de situação. As competências podem ser interpretadas pelas ações dos alunos sobre determinadas situações a fim de alcançar um objetivo. E as concepções evoluem à medida que o aluno enfrenta a situação (GITIRANA et al, 2014).

Para compreender as competências e concepções, o teórico usa o conceito de “esquema” utilizado por Jean Piaget. Para Vergnaud, as competências podem ser entendidas como a combinação de esquemas, seria a forma como a pessoa organiza seus invariantes de ação ao lidar com determinada situação. A partir da composição de situações são apresentadas por ele quatro tipos de componentes de um esquema: a) um objetivo (ou mais), subjetivo e antecipações; b) regras de ação, coleta de informações e controle; c) invariantes operatórios (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação); d) possibilidades de inferências (MAGINA, 2008).

Um exemplo de esquema, seria resolver equações (incógnitas), que é representado pela igualdade em ambos os lados, e pode ser utilizado também para resolver funções algébricas (variáveis), que representa um conjunto de números. Mesmo que com algumas alterações, são utilizados esquemas próximos para diferentes situações.

Os invariantes operatórios são componentes cognitivos essenciais dos esquemas, ou seja, processos que o indivíduo adquire ao longo da vida. Os invariantes podem ser explícitos, quando o aluno tem consciência dos conceitos que está utilizando, podem estar ligados a uma concepção, nesse caso pode ser expresso por palavras, ou representações simbólicas. E, também, podem ser implícitos, quando o estudante utiliza alguns conceitos que não estão claros para ele, ou que não tem consciência, mas esses podem ser reconhecidos pelo professor em termos de objetos e propriedades do problema, ou por meio de procedimentos e relações que o aluno faz (MAGINA, 2008).

Os invariantes operatórios podem ser teoremas-em-ação, no qual o aluno deve ter clareza sobre suas competências e concepções atuais e que precisará dessas competências e concepções futuramente. Os teoremas-em-ação são definidos como relações matemáticas levadas em conta pelos alunos, quando estes escolhem suas próprias estratégias de resolução de um problema. Também auxiliam o professor a entender melhor as estratégias utilizadas pelo aluno, percebendo quais são suas dificuldades, para ajudá-lo na transformação do conhecimento intuitivo em conhecimento explícito (MAGINA, 2008). Por exemplo, quando o aluno utiliza o “cortar” os termos semelhantes em uma equação fracionária. E podem ser também invariantes operatórios do tipo conceitos-em-ação. Diferente dos teoremas, os conceitos-em-ação são aqueles implícitos que

se assumem pertinentes na ação do aluno. Por exemplo, nas equações fracionárias o aluno utiliza o conceito cancelar os termos iguais, mesmo que implicitamente.

Em Da Rocha Falcão (2003) tem-se alguns elementos que o autor diz fazer parte do Campos Conceitual Algébrico, que podem ser: Álgebra como ferramenta representacional (números, medidas, incógnitas e variáveis, regras de atribuição de símbolos, gama de acepções do sinal de igual) e Álgebra como ferramenta de resolução de problemas (operadores, sintaxe, propriedades de operações, princípio da equivalência, conhecimentos-em-ação vinculados a experiências extraescolares de compensação e equilíbrio, fatos aritméticos instrumentais – elemento neutro da adição).

Cristiane Klöpsch, em sua dissertação de mestrado, fala sobre o Campo Conceitual Algébrico (CCA). A autora concebe esse Campo como sendo o conjunto de situações, representações e invariantes que envolvem elementos essenciais para a construção dos conceitos e atividades algébricas. Esses elementos e conceitos, trazidos por Da Rocha Falcão e também por Cristiane Klöpsch, mostram que não é apenas em pesquisa sobre o Campo aditivo ou multiplicativo que a Teoria de Vergnaud pode ser utilizada e é partindo desse pressuposto que a presente pesquisa será desenvolvida, baseando-se na Teoria dos Campos Conceituais, focando no Campo Conceitual Algébrico.

A proposta de desenvolver a pesquisa tentando dar conta do CCA remeteu às discussões sobre as diferentes concepções acerca da Álgebra e da Educação Algébrica. Nos processos de ensino-aprendizagem de Álgebra, os diferentes papéis que as letras assumem podem ser indicativos de diferentes conjuntos de situações que tornam o conceito significativo. Por exemplo, situações em que a letra é uma constante terão um conjunto de objetos, propriedades e relações que contribuem para dominar essas situações e um conjunto de representações simbólicas que representam as situações e os procedimentos para lidar com eles.

Nessa pesquisa o Campo Conceitual Algébrico (CCA) está sendo associado aos caracterizadores do pensamento algébrico, vistos em Fiorentini et al (2005), de forma a estudar as resoluções de um conjunto de situações matemáticas (S), que exploram um conjunto de propriedades e relações algébricas (I) que utilizam um conjunto de diferentes representações simbólicas (R). Nosso ponto de partida, será um conjunto de situações que possibilitam o estabelecimento de comparações e relações entre expressões numéricas ou padrões geométricos, a partir do qual, espera-se que o aluno desenvolva algum tipo de processo de generalização e/ou perceba e tente expressar regularidades ou invariâncias.

## **Metodologia da Pesquisa**

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, preocupa-se em responder como ocorre a manifestação

de processos algébricos na resolução de situações que compõem o Campo Conceitual Algébrico? O principal objetivo a ser respondido com essa pesquisa é na identificação de como ou se acontece percepção por parte do aluno em relação as regularidades e padrões e a expressão de generalizações. A partir das resoluções dos alunos busca-se identificar os seguintes objetivos específicos: identificar, nas resoluções das situações apresentadas, os invariantes operatórios e as representações do CCA; o desenvolvimento de algum tipo de generalização nas resoluções dos alunos e como os alunos percebem e tentam expressar regularidades ou invariâncias.

Será desenvolvido um estudo com 32 alunos de uma escola pública localizada no município de Canguçu – RS. Serão turmas de 7º, 8º e 9º anos (11, 12 e 9 alunos respectivamente) do Ensino Fundamental, das quais a pesquisadora é também professora titular. A escolha foi feita devido ao acesso a turmas com reduzido número de alunos que têm, dentro da lista de conteúdos matemáticos a serem trabalhados, conteúdos algébricos. Como os estudantes são menores de idade, os pais e/ou responsáveis serão consultados para permitir a participação deles e assinarão um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Tendo em vista que os alunos estão nos anos finais do Ensino Fundamental, em alguns momentos das atividades, eles serão requisitados a utilizar representações algébricas. Algumas das questões podem ser resolvidas tanto de forma aritmética como de forma algébrica, possibilitando a percepção que os alunos têm sobre conteúdos algébricos, mesmo que implicitamente. Porém, a pesquisadora/professora irá sempre questionar os alunos para que consigam representar suas resoluções em linguagem algébrica.

As atividades são de cunho exploratório, nas quais os alunos receberão uma situação-problema e terão que encontrar maneiras adequadas para a resolução dessas situações. Cada aluno deverá fazer suas próprias anotações e, a partir delas e das discussões, será feita uma conversa com o grande grupo para debater as respostas encontradas e analisar como foram desenvolvidas. Durante a resolução das atividades, os estudantes irão expressar de forma escrita alguns conceitos solicitados. Para a análise serão gravados os momentos de discussões em grupo e além essas conversas, serão recolhidos os materiais individuais que cada aluno desenvolveu durante as atividades.

As situações terão como foco um dos caracterizadores do pensamento algébrico visto em Fiorentini et al (1993): estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos. Será investigado se os processos de generalização e identificação expressão de regularidades ou invariâncias serão utilizados pelos alunos e de que forma.

A análise das resoluções dos estudantes, à luz da TCC, buscará esclarecer como alunos dos anos finais do Ensino Fundamental manifestam os caracterizadores do pensamento algébrico na resolução de situações matemáticas. Pretende-se com essas resoluções encontrar invariantes operatórios da TCC. Alguns invariantes possíveis de serem identificados ao longo das resoluções

são: reconhecimento de padrões, percepção de regularidades/generalizações, expressar regularidades/invariâncias, identificação atribuída à variável e identificação da razão de variação.

Com o conjunto de situações, pretende-se explorar a prática das investigações matemáticas a partir do estabelecimento de relações/comparações entre padrões geométricos. Exemplo de atividade:

Em grupos, os alunos receberão uma folha de papel pardo e alguns palitos. Para começar os alunos terão que criar suas próprias sequências de figuras geométricas com os palitos (quadrado, triângulo e retângulo), essas figuras devem manter um padrão/regularidade de crescimento. Após construírem três figuras semelhantes que sigam algum padrão que as aumente de forma proporcional, os alunos irão responder às seguintes questões:

- Quantos palitos foram necessários para fazer sua figura medindo dois palitos de lado?
- E a 10ª figura da sequência, isto é, aquele com 10 palitos de lado?
- Quantos palitos são necessários para formar a 100ª figura da sequência?
- Qual é a relação entre quantidade de palitos para formar essa figura e o lugar que ela ocupa na sequência?
- Agora faça uma tabela relacionando a quantidade de palitos e o lugar ocupado e tente representar a regularidade que você encontrou de forma geral.

Haverá outras situações que seguem esse mesmo sentido, tentando provocar o aluno a encontrar regularidades/padrões, invariâncias em diferentes situações. Essas atividades serão gravadas e terão o auxílio e acompanhamento da professora/pesquisadora, que sempre irá questionar os alunos para que cheguem nos resultados esperados da pesquisa.

A análise será a partir desses dados, buscando compreender os esquemas e invariantes operatórios desenvolvidos por cada aluno, baseando-se na Teoria dos Campos Conceituais. Para isso, tem-se identificado nessas situações, teoremas-em-ação e conceitos-em-ação que podem surgir ao longo das resoluções dos alunos. Tendo em vista que a pesquisa está em processo de desenvolvimento e a coleta de dados ainda não foi realizada, a análise não será abordada na presente comunicação.

## **Considerações Finais**

Desde experiências como professora e com a Álgebra, surgiram algumas inquietações, a principal era: “Como alunos da escola básica compreendem o pensamento algébrico? Será que sabem o que significa pensar algebricamente? Como a Álgebra é vista pelos alunos da escola básica?”. Em muitas pesquisas e livros estudados até o momento, e pelas experiências como professora, pode-se perceber que a maioria dos alunos quando começam a estudar a álgebra se questionam sobre as notações utilizadas, sobre os usos das “letras”, e a maioria não compreende

os conceitos de incógnitas, variáveis, constantes.

Tendo em vista essas preocupações, vem sendo desenvolvido um estudo bibliográfico sobre diferentes concepções. Alguns autores como Usiskin (1995), Fiorentini et al (1993, 2005), Lins e Gimenez (1997), Lee (apud Figueiredo, 2007), trouxeram grandes contribuições, cada autor trouxe diferentes concepções das quais foi possível desenvolver um resumo e juntando as ideias de todos. Também nesse estudo bibliográfico surgiu o termo: “Pensamento Algébrico”, o que se tornou um dos principais focos da pesquisa. Autores como Fiorentini et al (1993, 2005) deram suporte teórico, assim como Ponto, Branco e Matos (2009), entre outros. E por fim, a Teoria dos Campos Conceituais, que é o aporte teórico e faz parte da análise da pesquisa. Nas buscas por textos sobre o Campo Conceitual Algébrico (CCA), surgiram autores como Cristiane Klöpsch (2010) e Da Rocha Falcão (2009) que trazem alguns conceitos do que seja o Campo Algébrico, dando aporte para escrever sobre o que se entende na presente pesquisa sobre o CCA.

O Campo Conceitual Algébrico que será trabalhado na pesquisa é baseado em um dos caracterizadores do pensamento algébrico de Fiorentini (2005) – estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos. A partir de um conjunto de situações que explora esse caracterizador, serão analisadas as resoluções das atividades, com base na TCC, buscando identificar os invariantes operatórios que pode surgir durante as respostas dos alunos.

As resoluções serão analisadas partindo do pressuposto que a terna SIR está associada às atividades, em que S é o conjunto de situações que o aluno seria convidado a descobrir, I é o conjunto de conceitos implícitos e explícitos desenvolvidos pelos alunos, e R é o conjunto de representações desenvolvidas pelos alunos (desenhos, linguagem algébricas, números, ...).

Na presente comunicação a ideia é apresentar um panorama sobre o que vem sendo desenvolvido na pesquisa de mestrado intitulada “Investigando o Pensamento e o Campo Conceitual Algébricos nos Anos Finais do Ensino Fundamental”. O próximo passo da pesquisa será ir a campo, desenvolvendo as atividades propostas e vendo qual será o retorno dos alunos.

## **Referências**

CYRINO, M. C. C.T; DE OLIVEIRA, H. M. Pensamento algébrico ao longo do ensino básico em Portugal. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 24, n. 38, p. p. 97-126, 2011.

DA ROCHA FALCÃO, Jorge Tarcísio. **Psicologia da Educação Matemática: uma introdução**. Autêntica Editora, 2003.

DA SILVA, E. P. **Aspectos Do Pensamento Algébrico E Da Linguagem Manifestados Por Estudantes Do 6º Ano Em Um Experimento De Ensino**. 2013. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina. Londrina.

FIGUEIREDO, A. J. **Saberes e concepções de educação algébrica em um curso de licenciatura em matemática**. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. **Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo e na Formação do Professor**, 2005. Portugal. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario\\_lb.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_lb.htm)>. Acesso em: 12 abr. 2019.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â.; MIGUEL, A. A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar. **Pró-posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

GIMENEZ, J.; LINS, R. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, São Paulo: Papirus, 1997.

GITIRANA, V. Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais. **São Paulo: Editora PROEM**, 2014.

KLÖPSCH, C. **Campo conceitual algébrico: análise das noções a serem aprendidas e dificuldades correlatas encontradas pelos estudantes ao final do ensino fundamental (8º série – 9º ano)**. 2010. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-graduação em Psicologia Cognitiva) – Universidade Federal de Pernambuco.

MAGINA, S. A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente. **Encontro Regional de Professores de Matemática**, v. 18, 2005. Campinas. Disponível em: <<http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais.htm>>. Acesso em: 28 jun. 2018.

MAGINA, S. Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais. **São Paulo: PROEM**, 2001.

MAGINA, S.; DOS SANTOS, A.; MERLINI, V. L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas Primary students' reasoning in multiplicative structures problem solving. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

OLIVEIRA, S.C. LAUDARES, J.B. Pensamento Algébrico: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria. **VII Encontro Mineiro de Educação Matemática, 2015, São João del-Rei. Anais...** São João del-Rei, UFSJ, 2015.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2009

RIBEIRO, A. J. **Equação e seus multissignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico**. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H.N. **Álgebra para a Formação do Professor: explorando os conceitos de equação e de função**. Autêntica, 2018.

SANTOS, D. M. F.; MORELATTI, M. R. M. **Ensino de equação do 1o grau: concepções de professores de matemática**. Appris Editora e Livraria Eireli-ME, 2016.

SBRANA, F.C; ALVES, K.A; ALMEIDA, M.V.R; GOMES, V.M.S. A Álgebra Da Educação Básica Por Alunos Concluintes Do Ensino Médio. **XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais...** São Paulo, 2016.

SILVA, C. B. **Introdução a álgebra no ensino fundamental: o “X” da questão**. 2016. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Presidente Prudente. Presidente Prudente.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise psicológica**, v. 5, p. 75-90, 1986.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. **Shulte, Alberto P.(Org.). As ideias da álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual**, p. 9-22, 1995.