

O desenvolvimento de habilidades probabilísticas por meio de jogos nos anos finais do ensino fundamental

Clarissa Coragem Ballejo¹

Elisabete Rambo Braga²

Magnus Cesar Ody³

Resumo

Neste minicurso, destinado a professores da educação básica, serão propostas atividades lúdicas que possibilitam o desenvolvimento de conceitos relacionados à probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Tem-se como objetivo proporcionar uma formação teórico-prática sobre probabilidade por meio de atividades diversificadas, embasada nas habilidades descritas pela BNCC para cada ano desse nível de ensino. Fundamentados na teoria das demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012), serão experienciados jogos que abordam o trabalho com aleatoriedade, espaço amostral e comparação de probabilidades. Os jogos serão utilizados como um recurso metodológico que possibilita o engajamento, a motivação e o trabalho cooperativo no processo de aprendizagem. Para o 6º ano, será trabalhado o cálculo de probabilidade de um evento aleatório mediante o estudo das possibilidades num lançamento de dado. A simulação do jogo da Mega-Sena será abordada no 7º ano com a finalidade de discorrer sobre frequência de ocorrências. O estudo do espaço amostral, para o 8º ano, será feito por meio do lançamento de dois dados. A utilização de urnas será proposta para o 9º ano no intuito de desenvolver o trabalho com experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes.

Palavras-chave: Educação probabilística. Anos Finais. Jogos no ensino de matemática.

Introdução

O mundo é marcado por acontecimentos aleatórios. Frequentemente, nos deparamos com questões cotidianas que nos remetem a esse tipo de situação, tais como: Será que chove amanhã? Que time ganhará o campeonato brasileiro? Qual será a população do Brasil daqui a 20 anos? Será que o voo chegará no horário?

¹ Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUCRS. Bolsista CAPES. Professora de matemática do Ensino Fundamental. E-mail: clarissa.ballejo@acad.pucrs.br.

² Mestre em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUCRS. Professora de matemática do Ensino Médio. E-mail: beterambobraga@gmail.com.

³ Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUCRS. Professor das Faculdades Integradas de Taquara, FACCAT. E-mail: magnusody@faccat.br.

Nesse sentido, Walle (2009, p. 509) afirma que “as ideias e os métodos probabilísticos estão cada vez mais predominantes no mundo atual, esse ramo da matemática tem ampliado sua visibilidade e presença no currículo escolar”. Além disso, esse mesmo autor destaca que as ideias de chance e de azar devem ser desenvolvidas desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, proporcionando aos discentes a possibilidade de explorarem uma ampla variedade de situações probabilísticas (WALLE, 2009). Carmen Batanero, pesquisadora espanhola, afirma que o ensino de probabilidade, em seu país, possui uma tradição consolidada para estudantes entre 12 e 16 anos. No entanto, o ensino de probabilidade é recente entre estudantes de 6 a 12 anos e vem sendo desenvolvido a partir de simulações e experimentações (BATANERO, 2013).

Desde 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) sugeriam que fosse explorada a ideia de probabilidade a partir do segundo ciclo nas escolas brasileiras, mediante situações-problema simples. Atualmente, a Base Nacional Comum Curricular, a BNCC (2017) divide a matemática em cinco áreas, sendo probabilidade e estatística uma delas e enfatiza, em seu segundo parágrafo, que a matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos, mas também estuda a incerteza proveniente de fenômenos aleatórios (BRASIL, 2017).

Em relação à probabilidade, a BNCC (2017) evidencia que seu estudo nos Anos Finais deve ocorrer

[...] por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade frequentista. A progressão dos conhecimentos se faz pelo aprimoramento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada, também, aos problemas de contagem. (BRASIL, 2017, p. 274).

No Quadro 1, apresentam-se os objetos de conhecimento de probabilidade e as habilidades relacionadas a cada um deles, descritas na Base Nacional Comum Curricular (2017).

Quadro 1: Objetos do conhecimento e habilidades da BNCC referentes à probabilidade

ANO	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADE
6º	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)	Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
7º	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
8º	Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
9º	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes	Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Fonte: Elaborado pelas autoras de acordo com as informações disponibilizadas na BNCC.

Ressalta-se que, para desenvolver um trabalho com qualidade no que tange a probabilidade, atendendo as normativas especificadas na BNCC (2017), o professor necessita ter conhecimentos não somente do assunto que será tratado, mas também da forma como ele será abordado. Há, portanto, a necessidade de uma prática diferenciada visto que a probabilidade requer habilidade de lidar com o acaso.

Referencial Teórico

As atividades propostas neste minicurso foram elaboradas a partir da teoria das quatro demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012). Tal estudo fundamenta o aprendizado de probabilidade em quatro vertentes: compreensão da aleatoriedade, formação de espaço amostral, comparação de probabilidades e a compreensão das

relações entre eventos. Cabe ressaltar que, aqui, serão abordadas as três primeiras, uma vez que entende-se que a compreensão das relações entre eventos deve ser trabalhada no Ensino Médio.

Bryant e Nunes (2012) no que concerne à primeira demanda, afirmam que em situações de caráter probabilístico não há como prever, com exatidão, o que acontecerá. Os mesmos autores discorrem sobre a necessidade de propiciar o uso de jogos que viabilizem a análise dos discentes, quanto serem ou não justos. Tal metodologia pode contribuir na compreensão da independência de eventos sucessivos, isto é, no entendimento da aleatoriedade (BRYANT; NUNES, 2012).

A segunda demanda refere-se à compreensão do espaço amostral, que é obtido a partir do cálculo de todas as possibilidades de ocorrência de um determinado evento, necessitando, portanto, do raciocínio combinatório. Bryant e Nunes (2012) destacam, ainda, que a resolução de qualquer problema de natureza probabilística passa obrigatoriamente pelo conhecimento do espaço amostral.

Na terceira demanda, denominada quantificação da probabilidade, cada probabilidade é expressa por uma razão entre um resultado específico e o conjunto de resultados possíveis. Além disso, podem ser comparadas duas ou mais possibilidades, utilizando relações simples como "mais" ou "maior". Simulações com dados, moedas e roletas são atividades a serem exploradas no intuito de desenvolver a probabilidade frequentista.

Tratando-se do processo de aprendizagem por parte dos estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, faz-se necessária uma metodologia de ensino apropriada às habilidades a serem desenvolvidas em cada ano. Para tanto, é fundamental que o docente esteja seguro e preparado para tal atribuição. Sobre isso, Lopes (2008) destaca a existência de lacunas na formação de professores, provenientes, muitas vezes, do enfoque determinístico no ensino da matemática. Atenta-se, ainda, para a diferença entre a estatística e a matemática, destacada por Batanero (2001), Walichinski, Junior e Ishikawa (2014) e Lopes (2010).

A metodologia utilizada neste minicurso se dará por meio de jogos, os quais visam uma aprendizagem significativa, estimulando a construção de um novo conhecimento (ANTUNES, 2002). Nessa perspectiva, entende-se que o jogo é caracterizado como uma atividade pedagógica que proporcione o desenvolvimento de habilidades relacionadas a probabilidade.

Grando (2000) destaca a relevância da necessidade de clareza nos objetivos, de adequação na metodologia empregada e, sobretudo, que o jogo desperte o engajamento do estudante frente aos novos desafios. O jogo pode ser utilizado como facilitador da aprendizagem, possibilitando o desenvolvimento da reflexão, análise e compreensão de conceitos a serem desenvolvidos na área da matemática, de forma autônoma e cooperativa (GRANDO, 2000).

Nesse sentido, este minicurso visa a desenvolver algumas sequências de ensino mediante a utilização de jogos, no intuito de proporcionar um aprimoramento na formação em didática da probabilidade. Cazorla e Utsumi (2010) definem sequência de ensino como “o tipo de atividade em que o professor conduz todas as etapas propostas em conjunto com os alunos” (p. 14).

Sabe-se que, na escola básica, os conceitos de estatística e de probabilidade são desenvolvidos na disciplina de matemática. No entanto, além da formação deficitária que os docentes têm acerca da estatística e da probabilidade, essas duas áreas de conhecimento possuem óticas distintas e, portanto, é essencial que o professor que ensina matemática tenha clareza a respeito de aspectos determinísticos e aleatórios, conceitos presentes na estatística e na probabilidade (CARVALHO, 2015).

Tomando como base as quatro demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012), neste minicurso será proposto um jogo para cada um dos quatro anos do Ensino Fundamental Anos Finais. Tais atividades foram elaboradas de acordo com as habilidades previstas na BNCC (2017) e serão descritas na próxima sessão.

Propostas de jogos

6º ano: Estatística X Probabilidade

Questões a serem discutidas no grupo:

- a) Quais são os possíveis valores que podem ser sorteados em um dado?
- b) Há algum número que tenha maior chance de sair em um lançamento de dado?
- c) Qual é a chance de sair o número 4 em um lançamento de dado?
- d) Qual é a chance de sair o número 7 em um lançamento de dado?
- e) Completar as Tabelas 1 e 2 que seguem, com o auxílio de um dado.

Tabela 1: Probabilidade

Resultados possíveis	Probabilidade	Resultados esperados em 30 lançamentos
Total:		

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Tabela 2: Estatística

Resultados possíveis	Registro do sorteio	Total obtido em 30 lançamentos
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Fonte: Elaborado pelas autoras

- f) Entre os resultados possíveis, qual deles obteve maior frequência, após os 30 lançamentos?
- g) Entre os resultados possíveis, qual deles obteve menor frequência, após os 30 lançamentos?
- h) A partir dos dados obtidos nos 30 lançamentos, construir, em uma folha quadriculada, um gráfico de colunas identificando os eixos horizontal e vertical.
- i) Os valores calculados na coluna “Resultados esperados em 30 lançamentos de um dado” são todos iguais aos obtidos da coluna “Total obtido em 30 lançamentos”?
- j) Se fôssemos repetir todo o experimento (lançamento dos dados 30 vezes), podemos afirmar que os resultados obtidos seriam exatamente iguais?

7º ano: Mega-Sena

Para jogar na Mega-Sena, o apostador deve marcar de 6 a 15 números do volante, podendo deixar que o sistema escolha os números, a chamada de surpresinha e/ou concorrer com a mesma aposta por 2, 4 ou 8 concursos consecutivos denominada de teimosinha.

A aposta mínima custa R\$ 3,50 e com ela você pode escolher seis números. Quanto mais números forem marcados na cartela, maior o preço a ser pago pela aposta e maiores as chances de ganhar.

Para o desenvolvimento deste jogo, cada participante receberá uma cartela, com números de 1 a 60, a fim de que marque 6 deles, para serem discutidas as seguintes questões:

- a) Que critérios vocês utilizaram na escolha desses números?
- b) Sabendo que o número 26 foi o mais sorteado na história da Mega-Sena, vocês apostariam nele? Por quê?
- c) Sabendo que o número 10 foi o menos sorteado na história da Mega-Sena, vocês apostariam nele? Por quê?

Simular, então, o sorteio da Mega-Sena em 10 rodadas.

- d) Alguém acertou, pelo menos, 1 número? Que número é esse? Qual a chance dele sair em um próximo sorteio da Mega-Sena?
- e) Há algum número que tenha mais chance de ser sorteado?
- f) Há algum número que tenha menos chance de ser sorteado?
- g) Quem acertou mais números? Quantos?
- h) Alguém conseguiu acertar os 6 números?
- i) Qual a probabilidade de um número qualquer ser sorteado na Mega-Sena?

8º ano: Corrida da soma

Dividir a turma em 12 grupos, identificando cada um deles por um número de 1 a 12. Cada grupo recebe um par de dados, que serão arremessados diversas vezes com o objetivo de se observar a soma dos resultados. A cada jogada, a soma obtida pontua um grupo, isto é, se o resultado da soma for igual a 3, então o grupo 3 ganha um ponto e assim por diante.

Dispor na base da lousa os números de um a doze em ordem crescente, com o objetivo de construir um gráfico referente aos resultados obtidos com a soma de dois dados.

Cada grupo deve arremessar os dados cinco vezes, totalizando 60 lançamentos. Marcar os resultados obtidos no gráfico construído na lousa. Salienta-se que cada grupo

pode arremessar os dados mais vezes, com o objetivo de aumentar o número de lançamentos.

Questões a serem discutidas no grupo:

- a) Qual grupo obteve maior pontuação?
- b) Qual grupo obteve menor pontuação?
- c) Algum grupo não pontuou? Por quê?
- d) Todos os grupos têm a mesma chance de vencer esse jogo?
- e) Como podemos representar, por meio de um quadro, todas as possibilidades de resultados do lançamento de dois dados?
- f) Que conclusões podemos estabelecer a partir da análise deste quadro?

9º ano: Sorteio às cegas

Em uma urna colocam-se 20 bolas, sendo 12 brancas e 8 pretas.

Questões iniciais a serem discutidas no grupo:

- a) Ao sortear uma bola, qual a probabilidade de ela ser branca?
- b) Ao sortear uma bola, qual a probabilidade de ela ser preta?

Etapa 1: Sorteio com reposição

- a) Qual a probabilidade de sortear duas bolas brancas, uma de cada vez, com reposição?
- b) Qual a probabilidade de sortear duas bolas pretas, uma de cada vez, com reposição?
- c) Qual a probabilidade de sortear uma bola branca e outra preta, uma de cada vez, com reposição?
- d) Qual a probabilidade de sortear uma bola preta e outra branca, uma de cada vez, com reposição?

Etapa 2: Sorteio sem reposição

- a) Qual a probabilidade de sortear duas bolas brancas, uma de cada vez, sem reposição?
- b) Qual a probabilidade de sortear duas bolas pretas, uma de cada vez, sem reposição?

- c) Qual a probabilidade de sortear uma bola branca e outra preta, uma de cada vez, sem reposição?
- d) Qual a probabilidade de sortear uma bola preta e outra branca, uma de cada vez, sem reposição?

Considerações finais

A proposta de minicurso para o ensino de probabilidade, aqui apresentada, está alicerçada nas diretrizes da BNCC, fundamentada na teoria das quatro demandas cognitivas de Bryan e Nunes (2012) e articulada pela metodologia de jogos. Enfatiza-se que, a utilização de jogos em sala de aula, possibilita a abordagem dos conceitos de forma lúdica, estimulando nos discentes a construção de esquemas de raciocínio lógico, tornando a atividade escolar um momento participativo e enriquecedor. Esse ambiente lúdico é um espaço privilegiado para a promoção da aprendizagem e desenvolvimento de habilidades.

Ademais, o emprego de uma abordagem experimental visa à exploração de uma variedade de situações probabilísticas, estimulando a troca entre os participantes, promovendo, dessa forma, a construção do conhecimento. Destaca-se, ainda, que a realização de experiências probabilísticas propicia a análise do modelo teórico e que os resultados obtidos, por meio dessas simulações, são dados de uma amostra. Walle (2009, p. 517) afirma que a abordagem experimental “auxilia os alunos a perceber como a razão entre um resultado particular e o número total de testes começa a convergir para um número fixo (limite). Para um número infinito de testes, a frequência relativa e a probabilidade teórica seriam as mesmas.”

Referências

ANTUNES, Celso. **Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências**. Petrópolis: Vozes, 2002.

BATANERO, Carmen. **Didáctica de la Estadística**. Grupo de Investigación en Educación Estadística, Universidad de Granada, Granada, 2001.

BATANERO, Carmen *et al.* El sentido estadístico y su desarrollo. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas. **Números**, v. 83, p. 7-18, jul. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 1º e 2º Ciclos**. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular: A área de Matemática**. Brasília, 2017.

BRYANT, Peter; NUNES, Terezinha. **Children's understanding of probability**. A literature review (full report). Nuffield Foundation, Londres, 2012.

CARVALHO, Alexandre. A importância do ensino de estatística na formação inicial do professor de Matemática. *In: XIX EBRAPEM (Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática)*, 2015, Juiz de Fora, Minas Gerais. Anais [...]. Juiz de Fora: UFJF, 2015, p. 1-9.

CAZORLA, Irene Mauricio; UTSUMI, Miriam Cardoso. Reflexões sobre o ensino da estatística na educação básica. *In: CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. (Orgs.) Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna (BA): Via Litterarum, 2010.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Orientadora: Lucila Diehl Tolaine Fini. 2000. 239 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, Campinas, 2000.

LOPES, Celi Espasandin Aparecida. Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores. **Caderno Cedes**. Campinas, vol. 28, n.74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

LOPES, Celi Espasandin Aparecida. A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio teórico. *In: 33a. Reunião Anual da ANPED, 2010, Caxambu. Educação no Brasil: o balanço de uma década*. Rio de Janeiro: Anped, 2010. v. GT 19. p. 1-15.

WALICHINSKI, D., JUNIOR, G. S., ISHIKAWA, E. C. M. Educação estatística e parâmetros curriculares nacionais: algumas considerações. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**. v. 7, n. 3, p. 44-62, 2014.

WALLE, John A. van. Explorando conceitos de probabilidade. *In: WALLE, John A. van. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. São Paulo: Papyrus, 2009. p. 509-526.