

## Análise de um conjunto de artigos sobre o modelo de Van Hiele

*Miriam Ferrazza Heck<sup>1</sup>*

*Carmen Teresa Kaiber<sup>2</sup>*

### Resumo

Apresenta-se neste trabalho uma análise de um conjunto de artigos sobre o modelo de Van Hiele, esta investigação faz parte de uma pesquisa que está em andamento em nível de doutorado, tendo como objetivo investigar as possibilidades da constituição de um currículo para a Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, na região de abrangência da 36ª Coordenadoria Regional de Educação/ RS tomando como referência o Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática. O referencial teórico selecionado busca promover possíveis reflexões sobre o uso e contribuições do modelo de Van Hiele para a aprendizagem de Geometria. O trabalho possui a característica de uma pesquisa qualitativa, sendo que os pressupostos metodológicos da análise seguem o desígnio da Análise Textual Discursiva de Moraes e Galiazzi (2007) a qual está organizada através de quatro focos, sendo que os três primeiros constituem o ciclo inicial que se refere à desmontagem dos textos, estabelecimento de relações, seleção de informações pertinentes e, por fim, o ciclo de análise dos elementos, seguindo um processo autorganizado. Os resultados indicam que o modelo de Van Hiele é ainda considerado referência quando se trata de aprendizagem em Geometria e que o mesmo possui potencialidades na forma de contribuir com o processo de ensino e aprendizagem de Geometria no âmbito educacional.

**Palavras-chave:** Ensino Fundamental. Geometria. Modelo de Van Hiele.

### Introdução

Este trabalho apresenta a análise de um conjunto de artigos sobre o modelo de Van Hiele que foram pesquisados e apresentados na disciplina de Colóquios II, a qual faz parte da formação acadêmica do curso de doutorado em Ensino de Ciências e Matemática. Salienta-se que os mesmos foram selecionados com o intuito de contribuir com a constituição do referencial teórico da tese que está em andamento, a qual possui como objetivo investigar as possibilidades da constituição de um currículo para a Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, na região de abrangência da 36ª Coordenadoria Regional de Educação/ RS, tomando como referência, o Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática.

Em relação ao ensino e aprendizagem de Geometria, a teoria de Van Hiele é ainda considerada um modelo de referência para este processo educativo, sendo que, originou-se através do trabalho de dois professores holandeses de Matemática do ensino secundário, Pierre M. Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele-Geldof, os quais propuseram a existência de cinco

---

<sup>1</sup> Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática- ULBRA. E-mail: miriamfzh@gmail.com

<sup>2</sup> Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática- ULBRA.

níveis de aprendizagem em Geometria (Visualização, Análise, Dedução informal, Dedução Formal e Rigor), tendo como motivação as dificuldades enfrentadas pelos estudantes.

Pesquisas na área de Educação Matemática evidenciam que seu ensino de Geometria possui muita importância nos anos finais do Ensino Fundamental, Bulos (2011) acredita que a Geometria pode ser o caminho para o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias para a resolução de problemas do nosso cotidiano, visto que, o seu entendimento nos proporciona o desenvolvimento da capacidade de olhar, comparar, medir, conjecturar, inferir, generalizar e abstrair. Por sua vez, Abrantes (2017) corrobora com esta concepção, afirmando que a Geometria é uma área particularmente propícia à realização de atividades de natureza exploratória e investigativa.

### Fundamentação Teórica

A Matemática está conectada com um campo amplo de relações, as quais podem despertar a curiosidade e instigar a capacidade do estudante generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e do desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo. Particularmente no que se refere à Geometria, Fonseca (2009) afirma que o trabalho nesta área é uma das melhores oportunidades que existe para aprender e matematizar a realidade, visto que permite descobertas, construções e manipulações, vejamos a Figura 1.

**Quadro 1** – Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele

Níveis	Características	Exemplo
1º Nível Visualização	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
2º Nível Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
3º Nível Dedução informal	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
4º Nível Dedução formal	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações. Reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
5º Nível Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais; estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Fonte: Nasser e Sant' Anna (2010, p. 7).

O modelo de Van Hiele, estabelece cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, no nível da visualização, os indivíduos adquirem uma concepção de espaço em sua volta, reconhecendo as figuras apenas pela sua aparência, já no nível de análise são reconhecidas partes das figuras, as quais passam a ser identificadas. Posteriormente, surge a dedução informal, os indivíduos são capazes de deduzir as propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras.

Neste contexto, espera-se que no nível formal os alunos sejam capazes de construir uma demonstração diante da dedução do sistema axiomático, enquanto no nível de rigor os estudantes são capazes de trabalhar com diferentes sistemas axiomáticos e estabelecer a diferença entre os objetos e a sua essência. Assim, de acordo com o quadro acima, percebemos que o modelo de Van Hiele leva o aluno partir do nível da visualização de um conceito geométrico, seguir ao nível da análise, prosseguir pelo nível da dedução formal e, finalmente atingir o nível do rigor da conceituação, passando a entender e relacionar conceitos geométricos abstratos.

### **Procedimentos Metodológicos**

A análise do conjunto de artigos aqui apresentados busca, promover possíveis reflexões sobre o uso e contribuições do modelo de Van Hiele para a aprendizagem de Geometria. A investigação faz parte de uma pesquisa mais ampla que está sendo encaminhada e tem como objetivo, investigar as possibilidades da constituição de um currículo para a Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, na região de abrangência da 36ª Coordenadoria Regional de Educação/ RS.

Este trabalho caracteriza-se na perspectiva qualitativa e os dados empíricos foram analisados a partir dos pressupostos da Análise Textual Discursiva apresentada por Moraes e Galiuzzi (2007), de acordo com os autores, a análise textual está organizada em quatro focos, sendo que os três primeiros constituem o ciclo inicial que se refere à desmontagem dos textos, estabelecimento de relações, seleção de informações pertinentes e, por fim, o ciclo de análise dos elementos, seguindo um processo autorganizado.

### **Análise dos artigos sobre o modelo de Van Hiele**

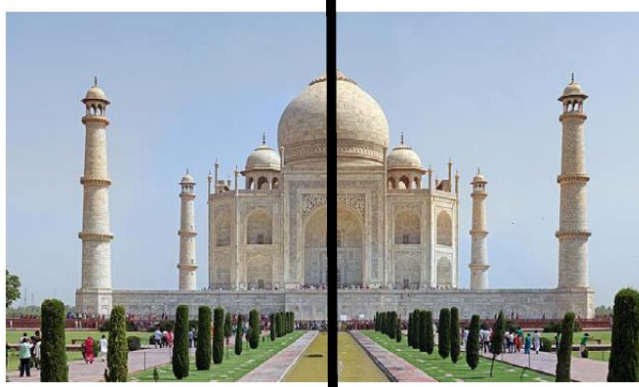
Para o desenvolvimento deste trabalho, selecionamos um conjunto composto de cinco artigos sobre o modelo de Van Hiele para analisar, os quais são destacados no decorrer deste

texto, os quais servirão como aportes teóricos para a respectiva pesquisa que se encontra em andamento.

O artigo de Schirlo, et al. (2014) aborda o estudo de Geometria por meio os níveis de Van Hiele, possuindo o auxílio de *softwares* educativos, os autores afirmam que os índices estatísticos demonstram que o ensino de Geometria nas escolas brasileiras apresenta enormes fragilidades, sendo que, aspectos como o despreparo ou mesmo a insegurança dos professores pode ser um dos fatores que contribui para o baixo desempenho de alunos em Geometria.

De acordo com os autores, o uso de *softwares* educativos como o Geogebra pode auxiliar e até mesmo contribuir com as aprendizagens de diversos conceitos geométricos, visto que, permitem a criação e a manipulação de figuras geométricas, vejamos a Figura 2.

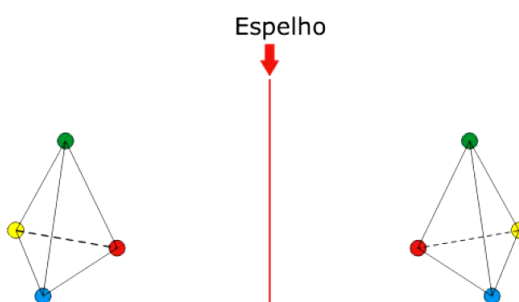
**Figura 1** – Simetria do *Taj Mahal*



Fonte: Schirlo, et al. (2014)

A Figura 2 apresenta o *Taj Mahal*, uma das mais importantes construções da História da Humanidade, a qual permite imaginar o eixo que divide o palácio em duas partes simétricas. Os autores acreditam que esta situação pode ser considerada nível 1 do modelo de Van Hiele. Para o nível 2 o aluno deve ser instigado a identificar algumas propriedades das isometrias presentes nas figuras geométricas conforme a Figura 3.

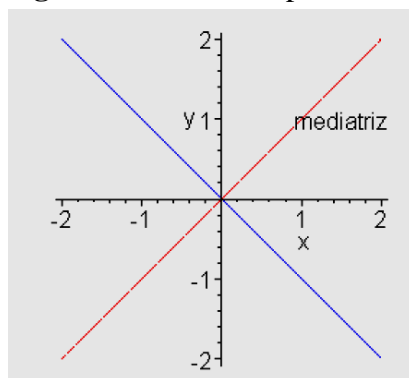
**Figura 2** – Reflexão em Espelho



Fonte: Schirlo et al. (2014)

A Figura 3, ilustra um exemplo de atividade que pode ser desenvolvida com o auxílio do Geogebra para a reflexão de figuras geométricas, sendo que, o aluno pode observar a figura geométrica e sua respectiva imagem projetada, a fim de verificar que elas são iguais, porém, invertidas. O mesmo, pode ainda identificar os elementos que compõem as isometrias, sendo que, na reflexão ele identificará um eixo de reflexão; na rotação, identificará um ponto pelo qual a figura gira e um ângulo que determina o giro e na translação, ele identificará um segmento que determina o deslocamento. No nível 3, a abstração apresenta elementos da Geometria Abstrata e da Geometria Concreta, assim, nesse nível o aluno estabelece os elementos necessários para caracterizar as isometrias, caso que pode ser verificado na Figura 4.

**Figura 3** – Mediatriz por meio do Geogebra



Fonte: Schirlo, et al. (2014)

Conforme o exposto na Figura 4, verifica-se que é possível, com o auxílio do Geogebra, construir, nos mais diversos pontos da figura, a reflexão de qualquer ponto e a sua respectiva imagem e, de forma análoga se pode proceder para as demais isometrias. No nível 4, o aluno identifica que duas figuras geométricas no plano são congruentes, logo existe uma isometria que transforma uma delas na outra figura geométrica. Para a execução dessa atividade, sugere-se o uso do *software* Cabri 3D. Neste nível, o aluno precisa compreender que a Geometria envolve o processo dedutivo e que para validar seus experimentos faz-se necessários os axiomas e as demonstrações.

Por sua vez, o nível 5, o aluno deverá ter condições de estudar a Geometria em diferentes sistemas axiomáticos. Por exemplo, ser capaz de comparar a Geometria Euclidiana com as Geometrias Não Euclidianas e desenvolver habilidades por meio de atividades axiomáticas, para isso sugere-se o uso do *software* Cabri 3D, os autores mencionam que o aluno só conseguirá avançar de nível quando, se os mesmos já possuem domínio do nível anterior.

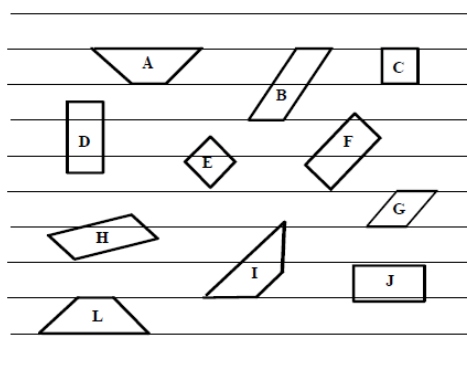
O artigo de Santos e Santos (2015) aborda os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele, com alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública municipal de

Pernambuco, buscando investigar se existe uma evolução nos níveis à medida que o aluno avança de ano. No decorrer da pesquisa os autores aplicaram 400 questionários a alunos do Ensino Fundamental, sendo 100 questionários em cada ano de escolarização, sendo que, os questionários foram respondidos individualmente, sem a intervenção do docente da turma.

A metodologia utilizada na pesquisa baseou-se na aplicação de um teste com cinco questões envolvendo quadriláteros, utilizando o mesmo teste com os alunos de todos os anos de escolaridade. Sendo que, a análise foi categorizada a partir do *Software* SPSS, devido ao espaço restrito do texto, os autores optaram por apresentar a análise das questões 2, 4 e 5 do teste. Sendo que, a primeira questão teve dois momentos, primeiramente foi solicitado que os alunos construíssem um retângulo e, ao lado, uma figura que não fosse um retângulo e posteriormente justificassem, por escrito, suas construções.

A segunda questão continha onze quadriláteros diversos e em posições variadas, sendo que, a tarefa consistiu em realizar a classificação desses quadriláteros em diferentes categorias, como apresentado na Figura 5.

**Figura 4** – Figuras geométricas 2º questão do teste



Tente separar por famílias, as figuras da folha de caderno:

Retângulos:	Trapézios:	Quadriláteros:	Quadrados:	Paralelogramos:	Losangos:
-------------	------------	----------------	------------	-----------------	-----------

Fonte: Santos e Santos (2015, p.4)

A terceira questão solicitou aos alunos construíssem dois quadrados diferentes, tendo como objetivo identificar os critérios utilizados nessa diferenciação. Na quarta questão, os alunos tinham dois pontos A e B representados em dois nós de uma malha quadriculada, e lhes era solicitado de construir o losango ABCD. Por fim, a última questão apresentava um losango que teve um “pedaço apagado”, e os alunos deveriam dizer se seria possível reconstruí-lo ou não, justificando sua resposta e promovendo discussões sobre cada nível de aprendizagem de Van Hiele.

Nasser e Sant'Anna (2010 p.7) relatam que as “fases delineadas no modelo de Van Hiele podem ocorrer de forma simultânea e em diversas ordens. Porém, a última fase só deve ser utilizada após o desenvolvimento das anteriores, imprescindíveis para fornecer as estruturas de aprendizagem”. Os resultados da pesquisa evidenciam as respostas das questões 2, 4 e 5. Na análise da questão 2, os autores concluíram que em relação à classificação das famílias de quadriláteros, apenas 6% de 400 sujeitos considerou todas as figuras apresentadas como quadriláteros sendo 2% do sexto ano, 4% do sétimo, 8% do oitavo e 10% do nono ano. No caso dos quadriláteros especiais, retângulo, losango e quadrado, os resultados são apresentados na Figura 6.

**Figura 5** – Classificação dos quadriláteros especiais (em % do total)

CLASSIFICAÇÃO	6º ANO	7º ANO	8º ANO	9º ANO	MÉDIA
Considera quadrados como retângulos	39,5	43,3	43,0	42,4	42,1
Considera quadrados como losangos	17,2	20,0	18,6	18,0	18,5

Fonte: Santos e Santos (2015, p. 5)

Os resultados mostram que enquanto quase metade dos sujeitos (42% em média) conseguem reconhecer um quadrado como sendo um retângulo e que 18,5% associa o quadrado a um losango. Neste sentido, acreditam que esses estudantes encontram-se no primeiro nível do modelo de Van Hiele, o nível da visualização e apontam que nos anos finais do Ensino Fundamental o reconhecimento das figuras geométricas deveria ser uma habilidade consolidada.

No caso dos retângulos, os estudantes apresentam um pouco mais facilidade dos trapézios, enquanto 9% dos sujeitos reconhecem o retângulo apoiado em sua base maior, apenas 6% consegue fazê-lo quando suas bases não aparecem paralelas às bordas da folha de papel. Caso semelhante ocorre com o quadrado, pois são poucos os alunos conseguem associar o desenho de um quadrado à figura geométrica.

A questão 4, os resultados evidenciam que, os alunos apontam respostas, mas sem o reconhecimento das propriedades das figuras, no caso, não estabelecem as relações entre pontos que deveriam ser equidistantes na malha. Para isso, seria preciso considerar as propriedades das diagonais de um losango, obtendo o ponto C simétrico de A e o ponto D simétrico de B.

Em média, 52% dos alunos construiu o losango, destacando-se os alunos de sétimo ano, em que três em cada quatro conseguiu realizar a construção. Porém, considerando aqueles que desenharam o losango, 58% o fizeram tomando como base sua forma global. Os restantes reconhecem que o losango possui quatro lados de mesma medida, mas ainda não são capazes

de reconhecer suas propriedades. No caso dos alunos do sexto ano, apresentaram dificuldades na questão, sendo que o percentual de respostas em branco chegou a 39%.

Na questão 5 o aluno deveria utilizar a figura do losango que foi posta pela metade para ser completada, sendo que seria preciso considerar as propriedades das suas diagonais, prolongando-as e considerando a equidistância em relação ao encontro delas. Os resultados indicam que em média, apenas metade dos sujeitos afirmou ser possível reconstruir o losango, sendo que apenas 40% dos alunos de nono ano afirmaram positivamente. A outra metade dos alunos afirmou que não é possível ou não respondeu, demonstrando não vislumbrar a possibilidade de utilizar as propriedades das diagonais do losango.

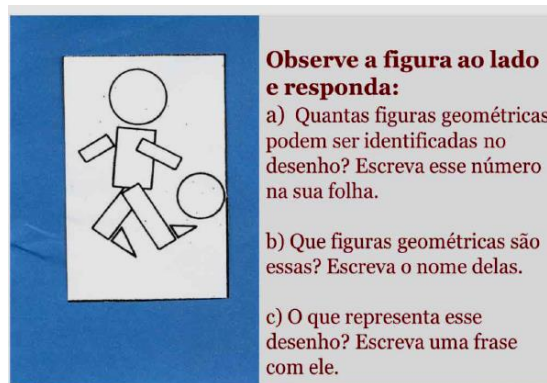
Por fim, os resultados mostram que, qualquer que seja o ano de escolaridade considerado, os alunos situam-se no primeiro nível do modelo de Van Hiele, o nível da visualização e de abstração. Caso, evidenciado pelos estudantes dos últimos anos de escolaridade, que estão no mesmo nível daqueles que estão iniciando essa etapa dos anos finais do Ensino Fundamental.

O artigo de Cargin, Guerra e Leivas (2016) relata a pesquisa realizada com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, que foi realizada em uma escola pública de Santa Maria. Sendo que, o objetivo principal foi investigar por meio da teoria de Van Hiele, como os alunos identificam e classificam as figuras geométricas. Os autores acreditam que o ensino de Geometria tem papel fundamental no desenvolvimento de habilidades e competências, ao mesmo tempo em que indicam algumas problemáticas, como a falta de preparo do professor, a importância demasiada dos livros didáticos e aos conhecimentos algébricos.

Participaram da pesquisa 14 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, sendo que, para a coleta de dados foram utilizados os instrumentos: observação participante, diário de campo e análise dos registros dos alunos. Foram propostas seis atividades, sendo que estas foram desenvolvidas em grupos, tendo como objetivo a identificação, classificação e caracterização de figuras geométricas planas, vejamos a Figura 7.



**Figura 6 – Ficha da atividade 1**



**Observe a figura ao lado e responda:**

- Quantas figuras geométricas podem ser identificadas no desenho? Escreva esse número na sua folha.
- Que figuras geométricas são essas? Escreva o nome delas.
- O que representa esse desenho? Escreva uma frase com ele.

Fonte: Cargnin, Guerra e Leivas (2016, p. 6)

Posteriormente, foi aberto um período para discussão, comparação e argumentação dos resultados. Sendo que, os resultados da questão 1 foram apresentados seguindo as seguintes descrições dos resultados: *Passarinho*- todos os alunos possuíam este desenho e identificaram figuras, denominando-as por: triângulo, círculo, quadrado e meio círculo; *Foguete*- todos identificaram 9 figuras: triângulo, quadrado, retângulo, círculo, meio círculo e “bola”; *Menino com bola*- três alunos identificaram 9 figuras: triângulo, círculo, retângulo e um aluno identificou 5 figuras geométricas, denominando-as da mesma forma que os outros grupos; *Menino com livro*- todos os alunos identificaram 8 figuras, sendo que, as mesmas foram denominadas de círculo, retângulo, triângulo, “bola” e quadrado. Sendo que, o termo “bola” remete a denominação de círculo, o que pode evidenciar fragilidades na denominação das figuras geométricas.

Os autores acreditam que a maior parte dos alunos encontra-se no primeiro nível do modelo de Van Hiele. Na atividade 2, os grupos receberam uma folha com diversas figuras geométricas para que recortassem e classificassem por algum tipo de critério escolhido pelo grupo, posteriormente foi solicitado para que cada grupo explicasse como havia realizado a classificação. Os resultados da atividade 2 encontra-se no Quadro 2.

## Quadro 2 - Descrição da atividade 2

Grupos	Descrição dos Resultados	Considerações
Grupo 1	Separou as figuras geométricas pelas seguintes formas: quadrados, retângulos, triângulos e “figuras esquisitas”.	Neste caso os losangos foram classificados no grupo dos quadrados e os paralelogramos no grupo dos retângulos. As outras figuras (trapézios, pentágonos e hexágono) por sua vez, como não se encaixavam em nenhuma das classificações anteriores, foram denominadas por “figuras esquisitas”.
Grupo 2	Separou pela quantidade de pontas que as figuras tinham: 3, 4, 5 e 6 pontas.	As pontas, neste caso, se referiam aos vértices das figuras. Desta forma, a classificação do grupo foi em figuras com 3 pontas (triângulos), 4 pontas (quadriláteros), 5 pontas e 6 pontas. Essas duas últimas, não foram denominadas pelo grupo.
Grupo 3	Separou as figuras pelas suas formas: triângulos, retângulos, quadrados e “outras figuras”.	Os losangos foram classificados como quadrados e os paralelogramos como retângulos. As “outras figuras”, referem-se àquelas, as quais o grupo desconhecia a denominação: trapézios, pentágonos e hexágonos.
Grupo 4	Separou pela semelhança de formas, denominando-as por triângulos, quadrados e retângulos.	Novamente, os losangos foram classificados como quadrados e os paralelogramos como retângulos. As figuras com 5 e 6 lados foram separadas, utilizando-se como critério o número de lados, mas não receberam denominações específicas.

Fonte: Cargin, Guerra e Leivas (2016, p. 7)

Os alunos utilizaram a aparência global das figuras e por vezes, demonstram que desconhecem algumas características (ângulos, lados paralelos...) das figuras geométricas. Observa-se que nesta atividade, os alunos ainda encontravam no nível básico ou de reconhecimento, onde as figuras são classificadas pela aparência, não sendo consideradas as características, os elementos e as suas propriedades.

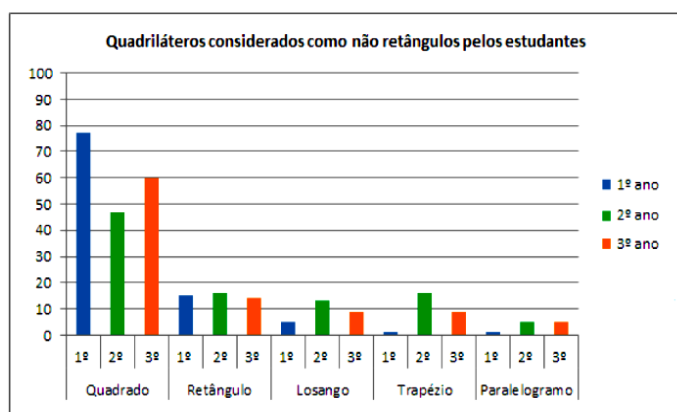
A atividade 3, solicitou que os alunos selecionassem as figuras com três lados, a fim de desenvolver a exploração das mesmas. Os resultados da atividade demonstram que os alunos tiveram dificuldades de estabelecer um critério para analisar os triângulos. Na atividade 4, foi solicitado que os alunos tomassem as figuras de quatro lados e as classificassem de acordo com algum critério, a maioria dos alunos classificou as figuras em quadrados e retângulos. Por consequência, eles incluíram os losangos com os quadrados e os paralelogramos com os retângulos, somente após a interferência da pesquisadora, os alunos começaram a observar as características essenciais de cada figura.

A última atividade envolvia as figuras com 5 e 6 lados, sendo que foi solicitado aos alunos que estes observassem suas características como lados, ângulos. Os pesquisadores identificaram que os alunos não tinham conhecimento dessas figuras, por isso, acabaram tiveram que exemplificar, no caso, os títulos mundiais de futebol (pentacampeão e hexacampeão). Os autores concluem que os alunos apresentaram-se entusiasmados durante a realização das atividades, demonstrando interesse no desenvolvimento das atividades. Por fim, evidenciaram um progresso dos alunos nos níveis de desenvolvimento geométrico, passando da classificação intuitiva das figuras geométricas, até a análise mais aprofundada, o que equivale ao segundo nível do modelo de Van Hiele. Os mesmos acreditam que, os questionamentos

realizados, impulsionaram os alunos a observar e analisar as particularidades das figuras geométricas.

O artigo de Costa e Santos (2015) abordam aspectos do pensamento geométrico demonstrados por 300 estudantes do Ensino Médio, sendo 100 estudantes de cada ano escolar, de cinco escolas diferentes, ao solucionar um problema envolvendo as propriedades de quadriláteros, sendo que, os pressupostos teóricos estão relacionados ao modelo de Van Hiele, vejamos o Gráfico 1 com a apresentação das respostas dos alunos.

**Gráfico 1 – Respostas dos alunos do Ensino Médio**



Fonte: Costa e Santos (2015)

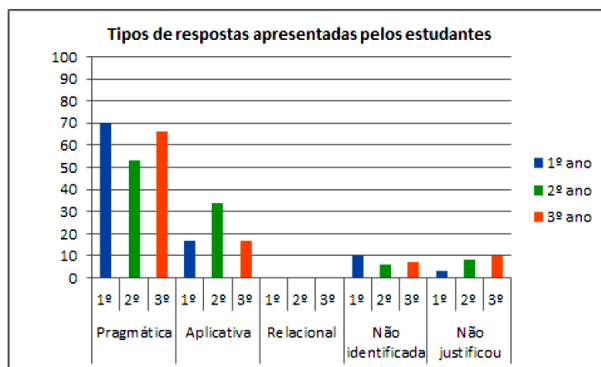
A questão que foi analisada em duas etapas, na primeira, os estudantes foram orientados a construir um retângulo e, depois, uma figura que não fosse um retângulo. Posteriormente, foi pedido que eles explicitassem suas produções. Os resultados mostram que a maior parte dos estudantes do Ensino Médio, 61% em média, considera a figura geométrica quadrado como um não retângulo, ou seja, quase dois terços dos alunos pesquisados não reconhecem o quadrado como sendo um retângulo, sendo observado em 77% do total de alunos do 1º ano, 47% entre os do 2º ano e 60% para os do 3º ano do Ensino Médio.

A figura mais frequente como um não retângulo foi o próprio retângulo, porém, em posição não prototípica, a qual é geralmente ensinada em sala de aula, com o lado maior paralelo às bordas horizontais da folha de papel. Este caso foi verificado em, 15% dos alunos do 1º ano, 16% do 2º ano e 14% do 3º ano, dados que comprovam que os estudantes apresentam dificuldades em reconhecer o retângulo em um arranjo diferente do seu posicionamento padrão. Por sua vez, o losango foi reconhecido como um não retângulo por 5% dos alunos do 1º ano, 13% do 2º ano e 9% do 3º ano, tal fato, reforça a necessidade de se realizar um estudo mais aprofundado, buscando compreender melhor o motivo dessas construções pelos alunos.

Para a análise das justificativas dos alunos, referente à segunda etapa do primeiro item, os autores consideraram a categorização estabelecida por Câmara dos Santos (2001), sendo que,

a tal categorização classificou as respostas dos alunos em três esferas: a) *Pragmática* – na qual, os estudantes fazem uso das aparências e formas das figuras nas justificativas; b) *Aplicativa* – nessa categoria, os estudantes utilizaram as definições das figuras nas explicações; c) *Relacional* – na qual, os alunos empregam as propriedades das figuras desenhadas nas explicações, vejamos o gráfico 2.

**Gráfico 2** – Respostas apresentadas pelos estudantes



**Fonte:** Costa e Santos (2015, p. 7)

Partindo do Gráfico 2, observamos que a maioria dos estudantes, 63% encontra-se na esfera pragmática, isto é, fizeram uso da aparência da figura para justificá-la como não retângulo, que é uma característica do nível básico de Van Hiele, estão nessa fase 70% dos alunos do 1º ano, 53% do 2º e 66% do 3º ano. Na esfera aplicativa estão 22,66% dos alunos investigados, os quais fazem uso da definição da figura em sua explicação. Por sua vez, não foi identificado nenhum estudante dos três anos escolares analisados na fase relacional, que se refere à aplicação das propriedades das figuras, que corresponde ao segundo nível de Van Hiele.

Os resultados podem ser considerados preocupantes, pois há um forte indício de que esses alunos não conseguem reconhecer os quadriláteros como detentores de propriedades. Neste sentido, os alunos do 2º ano tiveram melhor desempenho do que os alunos do 1º e 3º anos do Ensino Médio. Os autores acreditam que os resultados demonstram que existe negligência em relação ao ensino de Geometria, especialmente no estudo de quadriláteros no Ensino Básico, pois, os alunos estão quase concluindo o Ensino Médio sem ao menos saber as propriedades básicas de um retângulo. Destaca-se que um grupo muito pequeno de alunos estaria no nível 2 do desenvolvimento do pensamento geométrico, dados que são preocupantes, pois segundo Van Hiele (1957), o ideal para alunos que estão concluindo o Ensino Médio é que estes sujeitos estejam no quarto nível do modelo, o de dedução informal.

O artigo de Vargas e Araya (2013) destaca a importância de estudar Geometria no contexto social, sendo que, mencionam que os docentes necessitam ter uma ampla base de

conhecimentos geométricos, pois apesar do estudo de Geometria ser muito relevante, o mesmo enfrenta enormes fragilidades. Os autores dissertam no decorrer do texto sobre a importância da Geometria na formação dos estudantes, os problemas encontrados no Ensino de Geometria, assim como, as concepções de Van Hiele sobre os níveis e as fases do pensamento geométrico. Para eles, existem semelhanças entre as concepções de Piaget e a Teoria de Van Hiele, visto que, ambas interpretam o desenvolvimento de conceitos espaciais e geométricos como uma sequência de abordagens qualitativas e indutivas por meio do raciocínio dedutivo e abstrato.

No entanto, ambos possuem algumas características próprias que as definem, no caso, a proposta de Piaget enfatiza o desenvolvimento da aprendizagem da criança, enquanto Van Hiele acredita que a aprendizagem pode ser realizada por meio de estímulos e o avanço por meio dos níveis de pensamento geométrico. Apesar de Van Hiele ter seguido algumas concepções do seu orientador Piaget, o mesmo atribui a sua teoria concepções próprias e específicas para o ensino de Geometria.

No caso dos professores, os mesmos devem planejar atividades que proporcionem os estudantes, possibilidades de expor os seus conhecimentos, em um ambiente propício para a aprendizagem, estabelecendo relações e reflexões com a linguagem matemática. Neste sentido, os docentes precisam ter como base diversas ferramentas, metodologias e teorias que lhes permitam orientar o processo educativo, de forma a contribuir com a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

### **Considerações Finais**

Analisando o conjunto de artigos, podemos observar algumas especificidades que por vezes apresentam-se convergentes, pois apresentam concepções ou até mesmo resultados semelhantes em suas pesquisas. Visto que, os mesmos concordam que a Geometria pode ajudar o indivíduo a desenvolver várias habilidades mentais, espaciais, compreender conceitos, formular hipóteses, manipular, explorar, experimentar e conjecturar.

O artigo de Schirlo, et al. (2014) refere-se ao estudo de Geometria por meio dos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele, possuindo viés tecnológico, sendo que, os autores acreditam que o ensino de Geometria apresenta muitas fragilidades. Neste sentido, propõe a utilização de *Softwares* como o Geogebra para auxiliar a aprendizagem de conceitos, construção de figuras geométricas de forma, a despertar o interesse dos alunos, possibilitando-os a explorar, manipular, formar conjecturas dos entes geométricos.

A pesquisa realizada por Santos e Santos (2015) investigou os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele, com alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, buscando

investigar se existe alguma evolução nos níveis de Van Hiele, à medida que o aluno avança em sua escolaridade. Os resultados mostraram que, independentemente do ano de escolaridade, os alunos situam-se no primeiro nível de Van Hiele, o nível de visualização e de abstração. A pesquisa apresenta um cenário preocupante, pois apesar dos alunos avançarem na escolaridade o nível de pensamento geométrico não evolui, estando os estudantes dos últimos anos no mesmo nível daqueles que estão iniciando essa etapa dos anos finais do Ensino Fundamental.

Por sua vez, a pesquisa de Cargnin, Guerra e Leivas (2016) que foi realizada com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental e que teve como objetivo, investigar por meio do modelo de Van Hiele, como os alunos identificam e classificam as figuras geométricas. Os pesquisadores buscaram aproximar a Geometria à realidade dos alunos, por meio de atividades lúdicas, realizando questionamentos que impulsionaram, orientaram os alunos a analisar as particularidades das figuras geométricas e estabelecer conexões do conhecimento escolar com o do cotidiano. Os resultados indicam que a maioria dos alunos encontra-se no nível 2 do pensamento geométrico de Van Hiele.

A pesquisa realizada por Costa e Santos (2015) aborda aspectos do pensamento geométrico demonstrados por 300 estudantes do Ensino Médio, ao solucionar um problema envolvendo as propriedades de quadriláteros. Os resultados obtidos na pesquisa apontam que a maioria dos alunos do Ensino Médio se encontra no primeiro nível do modelo de Van Hiele, a fase de visualização, na qual os estudantes consideram as figuras geométricas apenas considerando sua aparência. Dessa forma, esses alunos não conseguem reconhecer os quadriláteros como figuras portadoras de propriedades e nem ordená-las.

Os autores acreditam que o ensino de Geometria apresenta muitas dificuldades, sendo que, muitas vezes pode-se observar a negligência dos docentes em trabalhar com a Geometria, especialmente com o estudo dos quadriláteros no Ensino Básico. O presente estudo aponta para resultados insatisfatórios dos alunos do Ensino Médio, visto que, estes apresentam várias dificuldades com a compreensão do conceito de quadriláteros, que é um conteúdo a ser sistematizado no sexto ano do Ensino Fundamental.

O artigo de Vargas e Araya (2013) destaca a importância de estudar Geometria no contexto social, os mesmos acreditam que os docentes necessitam ter uma ampla base de conhecimentos geométricos, pois apesar do estudo de Geometria ser muito relevante, o seu ensino enfrenta enormes fragilidades

Neste contexto, pode-se considerar que o modelo de pensamento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvidas por Van Hiele, ainda é considerado referência ao estudo de Geometria. Por fim, acredita-se que pesquisas sobre Geometria precisam ser ampliadas, pois

possuem forte potencial e podem contribuir com a qualidade de ensino na Educação Básica, visto que, o avanço dos níveis do pensamento geométrico está relacionado a conteúdos e métodos de instrução recebidos do que da idade dos alunos.

### **Agradecimentos**

Agradecemos a ULBRA e ao apoio financeiro da CAPES.

### **Referências**

ABRANTES, P. **Investigações em Geometria na Sala de Aula**. São Paulo. Disponível em: <[http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltemp/cursos/curso3/Artigos/Artigos\\_arquivos/p\\_153-167.pdf](http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltemp/cursos/curso3/Artigos/Artigos_arquivos/p_153-167.pdf)>. Acesso: 08 jun. 2017.

BULOS, A. M. M. **O Ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. In: XIII CIAEM- IACME, Recife, 2011.

CARGNIN, R. M.; GUERRA, S. H. R.; LEIVAS, J. C. P. Teoria de van Hiele e investigação matemática: implicações para o ensino de Geometria. **REVISTA PRÁXIS**. Volta Redonda: RJ, Ano VIII, n. 15, junho, p. 106-117, 2016.

COSTA, A. P. da.; SANTOS, M. C. dos. Aspectos do pensamento geométrico demonstrados por estudantes do Ensino Médio em um problema envolvendo o conceito de quadriláteros. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- XIV CIAEM. **Anais...** México, 2015.

FONSECA, M. da C. F. R., et al. **O ensino da geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

MORAES, R. GALIAZZI, M. do C. **Análise Textual Discursiva**. Ijuí, RS: UNIJUI, 2007.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F.P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro, RJ: IM/UFRJ, 2010.

SANTOS, F.T. M.; SANTOS, M. C. Os níveis de pensamento geométrico de Van- Hiele: um estudo com os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. XIV CONGRESSO INTERNACIONAL DE TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO. **Anais...**Recife: Brasil, 2016.

SCHIRLO, A. C.; et. al. Abordando a Geometria pelos níveis de Van Hiele com o auxílio de *softwares* educativos. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE CIENCIA, TECNOLOGÍA, INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN. **Anais...**Buenos Aires: Argentina, 2014.

VARGAS, G. V.; ARAYA, R. G. El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la Geometría. **UNICIENCIA- Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal**. v. 27, n.1, p. 74-94, 2013.